

Materiais Usados em uma Perspectiva Inclusiva no Ensino de  
Combinatória e de Probabilidade

*Materials Used in an Inclusive Perspective in Combinatorics and  
Probability Teaching*

Jaqueline A. F. Lixandrão Santos<sup>1</sup>

Flávia M. Tenório Braz<sup>2</sup>

Rute E. S. Rosa Borba<sup>3</sup>

Resumo

Neste texto apresentamos dois estudos de caso realizados com estudantes cegos, com vistas a discutir atividades em uma perspectiva inclusiva. Foram, nesse sentido, propostas questões a serem resolvidas com esses alunos com auxílio de recursos materiais que fazem uso de sentidos diferentes – tais como o tato, o olfato e a visão – uma vez que se objetiva que as atividades possam ser desenvolvidas junto a estudantes cegos e videntes. Os estudos de caso referem-se a conteúdos matemáticos – Combinatória e Probabilidade – que nem sempre têm sido adequadamente trabalhados no Ensino Fundamental, mas que defendemos como essenciais ao desenvolvimento do raciocínio matemático. Os resultados indicam que a linguagem, aliada à exploração sensorial, permitem que o estudante com deficiência visual obtenha informações necessárias à formação de conceitos e que os recursos utilizados possibilitam a formação de conceitos combinatórios e probabilísticos.

**Palavras-chave:** Inclusão. Recursos Materiais. Deficiência Visual.

Abstract

In this paper we present two case studies conducted with blind students, with a view to discussing activities in an inclusive perspective. In this sense, questions were proposed to be resolved by these students with the aid of material resources that make use of different senses - such as touch, smell and sight - since it is intended that activities can be developed with students. blind and seers. The case studies refer to mathematical content - Combinatorics and Probability - which have not always been adequately addressed in Elementary and Middle School, but which we defend as essential to the development of mathematical reasoning. The results indicate

1 Doutora em Educação pela Universidade São Francisco. Professora da Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. Email: [jaquelisantos@ig.com.br](mailto:jaquelisantos@ig.com.br)

2 Mestranda em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. Email: [flaviamyrellabraz@gmail.com](mailto:flaviamyrellabraz@gmail.com)

3 Doutora em Educação Matemática pela Oxford Brookes University, Reino Unido. Professora da Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. Email: [resrborba@gmail.com](mailto:resrborba@gmail.com)

that language, combined with sensory exploration, allow the visually impaired student to obtain information necessary for the formation of concepts and that the resources used enable the formation of combinatorial and probabilistic concepts.

**Key words:** Inclusion. Material resources. Visual impairment.

## 1 Introdução

Situações combinatórias e probabilísticas se fazem presentes no nosso cotidiano e exigem formas específicas de pensamento as quais auxiliam em importantes tomadas de decisão e, por essas razões, argumentamos que devem ser tratadas ao longo de toda a escolarização básica.

No estudo da Combinatória tem-se situações as quais exigem raciocínio hipotético – no levantamento de possibilidades que satisfaçam a determinadas condições de escolha e de ordenação de elementos de dados conjuntos. Nas situações combinatórias do dia a dia são efetuadas algumas combinações, mas, usualmente, não se deseja esgotar as possibilidades, ou seja, não é necessário que se enumere ou se determine o número total de possibilidades de combinar elementos de um (ou mais) conjunto(s). Para o levantamento de todas as possibilidades, como requerido na Combinatória escolar, é preciso o desenvolvimento de uma forma sistemática de raciocínio que possibilite pensar em todas as hipóteses possíveis de combinação e esse modo de pensamento não se desenvolve espontaneamente – exige ensino escolar específico. O desenvolvimento desse modo sistemático de pensar auxilia não apenas no aprendizado matemático, mas, também, em outras áreas de ensino, bem como em vivências extraescolares.

Semelhantemente, no estudo de Probabilidade é necessário o desenvolvimento de um pensamento referente a situações não-determinísticas, ou seja, nas quais a aleatoriedade se faz presente. Desse modo, é possível levantar resultados esperados de eventos, mas não se pode, previamente, determinar o que exatamente resultará. Assim, para o enfrentamento de situações probabilísticas é preciso pensar nas chances de ocorrência de um resultado a partir da análise de casos favoráveis e casos possíveis. De forma análoga à Combinatória, na Probabilidade estudam-se situações com o objetivo de desenvolver formas de raciocinar úteis ao estudo da Matemática, de outras áreas e, também, no lidar de situações do cotidiano.

Pautadas nos estudos de Borba, Rocha e Azevedo (2015) e Batista e Borba (2016), que evidenciam que crianças e adolescentes têm a capacidade de resolverem problemas combinatórios e probabilísticos, defendemos que a todos os estudantes do Ensino Fundamental – com ou sem deficiências – deve ser oportunizado o estudo da Combinatória e da Probabilidade. Com isso, os alunos desenvolverão formas específicas de pensamento que possibilitarão o enfrentamento bem-sucedido de situações que exigem raciocínio hipotético-dedutivo, possibilitando a análise de hipóteses e a eficiente tomada de decisões.

No texto são apresentadas concepções de inclusão que se fazem presentes em documentos oficiais, levantando discussões a respeito de como se espera tornar a escola em espaço inclusivo que proporcione oportunidades de desenvolvimento a todos, respeitando as especificidades de cada um. Em seguida, tem-se a apresentação de estudos – teóricos e práticos – referentes à inclusão escolar. Segue-se a apresentação de dois estudos de caso por nós realizados – os métodos neles utilizados, os principais resultados obtidos e considerações derivadas dessas duas pesquisas.

## 2 A Inclusão em Documentos Oficiais

Nas últimas décadas, diferentes documentos, tratados e declarações – como a Declaração de Salamanca (1994), a Declaração Internacional de Montreal (2001), a Convenção da Guatemala (2001) e a Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência (2006) – foram expedidos em concordância com diversos países, trazendo o reconhecimento dos direitos das pessoas com deficiências frente à sociedade, a necessidade de iniciativas que visem a sua inclusão no âmbito social, educacional e profissional, além do combate à discriminação.

As deficiências ou as especificidades de estudantes, não devem ser tidas como entraves para o acesso a um ensino público de qualidade. À escola – como espaço de aprendizagem e democracia inclusiva, como a define a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) – cabe acolher as diferenças, e considerá-las, com práticas de ensino que respeitem os tempos, limites, qualidades e especificidades de cada um, e proporcione uma prática pedagógica inclusiva e antidiscriminatória que beneficie a todos. Isso não deve, entretanto, ser interpretado como a proposição de currículos diferenciados para os que possuem deficiências. O que se almeja são adaptações e adequações, quando necessárias, mas não currículos recortados ou empobrecidos para os que possuem necessidades educacionais específicas.

A Lei nº 13.146/15, conhecida como Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência), também assegura ao deficiente o sistema de ensino inclusivo “em todos os níveis e aprendizado ao longo de toda a vida, de forma a alcançar o máximo desenvolvimento possível de seus talentos e habilidades físicas, sensoriais, intelectuais e sociais, segundo suas características, interesses e necessidades de aprendizagem” (Lei nº 13.146, 2015). A lei também reforça o papel do poder público no que se refere a possibilitar o acesso e permanência dos alunos com deficiência, a igualdade de oportunidades e a qualificação de profissionais capacitados para o trabalhar junto aos mesmos, incluindo professores e atendimento educacional especializado.

Esta é uma das leis que regem o atendimento aos alunos com deficiência em escolas do Estado de Pernambuco, estado onde se desenvolveram os estudos abordados nesse artigo. Traz também em suas referências, entre outros, o Programa de Implementação das Salas de Recursos Multifuncionais do Governo Federal (2010) e o Decreto nº 7611/11 (2011), que dispõem sobre a Educação Especial e o atendimento educacional especializado.

De acordo com a Secretaria de Desenvolvimento da Educação do Estado de Pernambuco, a diversidade é tida como fundamento para a inclusão de pessoas com deficiência. O Estado apresenta como conceito de inclusão “o acolhimento de todas as pessoas, independente de suas especificidades, aos espaços e serviços que quiserem ou necessitarem” (Gerência..., 2019) e a Educação tem como objetivo a formação para a cidadania e para os direitos humanos. Nesse sentido, a gerência que atende as demandas da educação especial no estado, foi atrelada, em 2015, à de Educação em Direitos Humanos, formando a Gerência de Políticas Educacionais em Educação Inclusiva, Direitos Humanos e Cidadania (GEIDH). Esse órgão possui como público-alvo pessoas com deficiência, com Transtorno Global do Desenvolvimento e, também, com Altas Habilidades/Superdotados.

No que se refere especificamente aos alunos cegos, estes, além de poder contar com profissionais de apoio no ambiente escolar, salas de Atendimento Educacional Especializado (AEE) e de recursos, podem ainda ser atendidos, assim como alunos com outras especificidades, em Centros de Atendimento Educacional Especializado (CAEE) que oferecem atendimento educacional especializado, apoio pedagógico e preparação para o mercado de trabalho. As Unidades Interdisciplinares de Apoio Psicopedagógico (UIAP), atuam junto às escolas acompanhando o processo de inclusão. Centros de Apoio Psicossocial (CAP) oferecem apoio na formação escolar, visando o acesso, permanência e progressão no ensino regular. Este é voltado especificamente para alunos cegos, surdocegos e com baixa visão.

Em síntese, ao aluno cego matriculado na rede pública de ensino pernambucana, deve ser assegurado o acesso à Sala de Recursos Multifuncional no contraturno, onde receberá atendimento educacional especializado. Deve-se, ainda, de acordo com a Secretaria de Educação do Estado, ter um plano de atendimento construído para esse aluno e dispor, também, de livros didáticos ou paradidáticos transcritos para o Braille pelo CAP.

### **3 Estudos Teóricos e Práticos Referentes à Inclusão Escolar**

Tendo em vista dúvidas quanto à inclusão em espaços escolares e referentes às dificuldades para sua efetivação, estudos têm sido efetuados e pesquisas têm sido desenvolvidas. Esses têm sido realizados com o objetivo de melhor compreender como a pessoa com deficiência aprende e quais propostas de ensino contribuem para seu desenvolvimento.

A ideia historicamente atribuída ao termo deficiência – que remete à ideia de perda e de limitação – gera alguns equívocos quanto ao desenvolvimento cognitivo dos alunos com deficiências/especificidades. Esse fato tem gerado angústias e inseguranças nos profissionais que atuam diretamente no processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes com especificidades e as investigações realizadas podem trazer informações que venham a prepará-los melhor no atendimento a esses alunos.

Pesquisas relacionadas à forma como as pessoas com deficiência desenvolvem seus

conceitos, nos trazem informações importantes para o campo educacional a partir de mais ampla compreensão dessa temática. Essas investigações podem proporcionar olhares diferentes da normativo, como o de Marcone (2015, p. 49) que considera a deficiência como “uma invenção tendo um ideal de normalidade como parâmetro, muitas vezes imposto pela força”.

Vygotski (1997) não concebe a deficiência como um problema, mas como uma possibilidade de superação. Defende que a deficiência e a superação são indissociáveis, pois o desejo de superação impulsiona a pessoa a buscar caminhos alternativos para a aprendizagem e, conseqüentemente, a desenvolve.

No trato específico do estudante com deficiência visual, Vygotski (1997) considera que a falta deste sentido não interfere no seu desenvolvimento cognitivo. Para o autor, o desenvolvimento cultural é um fator preponderante, uma vez que,

O desenvolvimento das funções psíquicas superiores é possível somente pelos caminhos do desenvolvimento cultural, seja ele pela linha do domínio dos meios externos da cultura (fala, escrita, aritmética), ou pela linha do aperfeiçoamento interno das próprias funções psíquicas (elaboração da atenção voluntária, da memória lógica, do pensamento abstrato, da formação de conceitos, do livre-arbítrio e assim por diante) (Vygotski, 2011, p. 869).

Neste contexto, a educação surge para o estudante com deficiência como um “auxílio, criando técnicas artificiais, culturais, um sistema especial de signos ou símbolos culturais adaptados às peculiaridades da organização psicofisiológica” (Vygotski, 2011. p. 867). Sendo a relação do homem com o mundo não direta, mas mediada e complexa, os instrumentos e os signos são elementos mediadores e a linguagem não tem apenas a função comunicativa, mas de organização e desenvolvimento dos processos de pensamento – em particular para o estudante com deficiência visual.

Os estudos realizados por Lambert *et al* (2004) também são importantes para o campo educacional, pois indicam que pessoas cegas, influenciadas por experiências táteis, podem gerar imagens mentais, assim como pessoas sem deficiência visual. Já as pesquisas de Gil (2000) assinalam que é por meio da linguagem e da exploração tátil que a pessoa com deficiência visual obtém informações para formar conceitos. Dessa forma, os sistemas: háptico, fonador e o auditivo são sentidos mediadores.

Os estudos realizados por Healy e Fernandes (2011) com estudantes cegos apontam que eles não conseguem perceber diretamente estratégias e gestos utilizados pelos colegas. Entretanto, o diálogo – entre videntes e deficientes visuais – possibilita que estratégias e gestos similares sejam analisados e acionados por todos na resolução de problemas matemáticos.

Segundo as referidas autoras, o sistema háptico possibilita a pessoa com deficiência visual captar e processar informações do objeto obtidas por outras pessoas por meio do visual. Entretanto, ao utilizar o tato, o deficiente visual analisa objetos de forma parcelada e gradual, enquanto que as videntes têm a visão do todo. Essa diferença pode contribuir para

a apropriação de conceitos matemáticos por estudantes cegos, pois a manipulação parcelada favorece a identificação de propriedades matemáticas que podem estar ocultas quando se visualiza o todo (Fernandes; Healy, 2008).

Morgado, Santos e Takinaga (2016) colocam que os estudantes gostam de realizar descobertas utilizando os sentidos e, tendo em vista que a Matemática possui muitos conceitos abstratos, o uso de materiais pedagógicos que utilizam variados sentidos pode ser uma alternativa para mediar o aprendizado de todos os alunos, inclusive aos que possuem deficiências. Segundo as autoras, os materiais manipuláveis favorecem a aprendizagem, pois possibilitam desenvolver as percepções visual, auditiva, espacial e corporal – necessárias ao desenvolvimento conceitual na Matemática.

No caso específico da Combinatória e da Probabilidade, alguns estudos apontam possibilidades para o ensino dessas áreas. Segadas et al (2015, p. 11) constataram na resolução de problemas de contagem “que o uso de materiais adaptados para resolução de situações problemas, auxiliam na criação de estratégias de contagem e na compreensão das questões, sendo em alguns casos fundamentais”. Vita, Magina e Cazorla (2015, p. 94) verificaram que os estudantes cegos podem desenvolver conhecimentos probabilísticos a partir de maquete tátil. O estudo piloto realizado por Santos e Borba (2019) indicou que ferramentas materiais contribuíram para que o estudante cego desenvolvesse conceitos probabilísticos. Ademais, “os questionamentos e as narrativas da pesquisadora indicam a importância da linguagem no processo de ensino de alunos cegos” (Santos, Borba, 2009, p. 9).

Os estudos apresentados nos indicam que os estudantes com deficiência visual podem desenvolver conceitos matemáticos, tanto quanto os alunos videntes. No entanto, é necessário que o professor faça uso de diferentes formas de mediação – linguagem e ferramentas materiais – envolvendo diferentes sistemas sensoriais.

A seguir, apresentamos o método de dois estudos realizados junto a alunos cegos – voltados, respectivamente, ao ensino-aprendizagem de Combinatória e de Probabilidade – nos quais materiais específicos foram indicados e que são adequados a propostas inclusivas, envolvendo deficientes visuais e videntes.

#### **4 Apresentando a Pesquisa sobre Combinatória com Fernando**

O estudo foi realizado no ano de 2014, em uma escola pública estadual do Recife. Um aluno cego, matriculado à época no 4º ano do Ensino Fundamental, participou da pesquisa. Neste artigo, o apresentaremos com o nome fictício Fernando. Caracterizou-se o estudo como qualitativo e contou, inicialmente, com entrevistas semiestruturadas junto à professora da turma do aluno, junto à professora braille da Sala de Atendimento Educacional Especializado (AEE) e com membro da família do aluno, visando conhecer um pouco de sua história, seu processo de inclusão na escola e como as atividades vinham sendo realizadas com ele, em

especial se já havia estudado Combinatória.

Em consonância com estudos realizados com estudantes videntes de anos iniciais de escolarização, tais como os descritos em Borba, Rocha e Azevedo (2015), e os dados obtidos nas entrevistas realizadas, foram confeccionados materiais voltados à aprendizagem de variadas situações combinatórias. Os materiais eram de baixo custo objetivando possibilitar a resolução de problemas combinatórios por alunos cegos e que também fossem interessantes para alunos videntes, por se esperar que sejam utilizados por professores dentro de salas de aulas de ensino regular em uma perspectiva inclusiva. Tais materiais usados na confecção dos elementos dos problemas combinatórios podem ser facilmente encontrados pelos professores, se tratando de papelão, papéis de diferentes tipos e cores, emborrachados, cola colorida, botões, feltro, algodão, copos e pratos descartáveis e essências de frutas.

Os materiais manipulativos foram elaborados de modo que permitissem ao Fernando sua diferenciação através do sentido do tato e do olfato, visto que, na ausência do canal visual para a obtenção de informações, estas chegam para o aluno cego através de seus demais sentidos e por meio deles constrói significados. Além disso, também se utilizou a escrita Braille em alguns elementos, visando tornar ainda mais clara a diferenciação destes pelo aluno. Para este processo, foi de fundamental importância conhecer as especificidades do Fernando e o apoio da professora de Atendimento Educacional Especializado – informações obtidas nas entrevistas anteriormente realizadas. Esta também esteve presente em todos os encontros com o aluno, junto com as pesquisadoras.

Uma sequência de atividades foi desenvolvida e realizada em três sessões de mediação com o Fernando, em que este resolveu oito questões de Combinatória, sendo dois de cada tipo (*arranjo*, *produtos de medida*, *combinação* e *permutação*), que se diferenciam quanto à escolha e quanto à ordenação dos elementos.

Borba (2016) traz como características – invariantes – dos *produtos de medida* que a escolha se dá a partir de elementos de conjuntos distintos e a ordem em que os elementos se apresentam não gera novas possibilidades. Na *combinação* de um conjunto de elementos se escolhe alguns e a ordem também não ocasiona novas possibilidades. Diferentemente de problemas de *arranjo* e *permutação*, em que a ordem em que os elementos se dispõem dá origem a novas possibilidades. No entanto, na *permutação* todos os elementos são permutados, enquanto no *arranjo*, de um dado conjunto se escolhe alguns elementos.

Essas são características que devem ser compreendidas pelos estudantes na construção do raciocínio combinatório e que estavam presentes nos problemas desse estudo descritos na Tabela 1.

Tabela 1 - Problemas de Combinatória trabalhados com o aluno cego Fernando

Situações-problemas	Tipo de problema	Sentido usado
1. Na brincadeira, Carlos e Neto querem estacionar seus carrinhos de brinquedo em três vagas de estacionamento. Os brinquedos são: um carrinho, um caminhãozinho e uma moto. De quantas formas diferentes eles podem estacionar seus carrinhos nas três vagas?	Permutação	Tato
2. Brincando com blocos lógicos, João propôs um desafio para Caio. Disse que o Caio só poderia organizar três blocos (quadrado, triângulo e círculo) de três formas diferentes: quadrado, triângulo e círculo; triângulo, quadrado e círculo... O João está certo? De quantas maneiras diferentes Caio poderia organizar os sólidos?	Permutação	Tato
3. Beto possui três camisas (de botão, lisa e de bolinhas) e duas bermudas (de listras e com cinto). Quantos trajes diferentes ele pode montar?	Produtos de medida	Tato
4. Luíza quer tomar um delicioso sorvete e pode escolher um entre seus sorvetes favoritos (baunilha, abacaxi), na casquinha ou no copinho. De quantas maneiras diferentes Luíza pode montar seu sorvete com apenas um sabor e um recipiente?	Produtos de medida	Olfato
5. Marina pode escolher duas frutinhas para lanchar. As frutinhas são laranja, goiaba e maçã. De quantas maneiras diferentes Marina pode combinar as frutas para o seu lanche?	Combinação	Olfato
6. Ana, Maria, Beto e Lucas precisam formar trios para realizar um trabalho da escola. De quantas formas diferentes eles podem se organizar em trios?	Combinação	Tato
7. Quero criar uma senha para o meu celular. Quantas senhas de dois algarismos diferentes eu posso formar utilizando os algarismos 1, 2 e 3?	Arranjo	Tato

<p>8. Maria, Ana e Tina estão participando de uma corrida na escola. De quantas maneiras diferentes podemos obter os dois primeiros lugares?</p>	<p>Arranjo</p>	<p>Tato</p>
--	----------------	-------------

A seguir, são apresentados e discutidos os resultados obtidos por intermédio da aplicação das questões propostas, da mediação na resolução das mesmas e do uso dos materiais aqui mencionados.

### 5 O estudo de Combinatória com Fernando

As observações mostraram a importância de se permitir que o aluno conhecesse os materiais previamente e se familiarizasse com eles através de seu manuseio, como pode ser observado na Figura 1. Esse manuseio inicial em muito contribuiu para a compreensão das questões e a construção das possibilidades.

Os materiais propostos e as atividades desenvolvidas auxiliaram Fernando em seu pensamento combinatório, favorecendo – pelo tato e olfato – a identificação dos elementos que necessitavam ser combinados e seu manuseio para a obtenção de possibilidades. Permitiram-lhe ainda contextualizar os problemas através do concreto, além de se mostrarem interessantes, lúdicos e dinâmicos.

**Figura 1.** Fernando reconhecendo os materiais que foram utilizados em um problema de produto de medidas



Fonte – Braz, Braz e Borba, 2014, p. 17.

Foi possível, ainda, observar a importância da mediação das pesquisadoras e da professora de AEE, no que se refere ao reconhecimento dos materiais e em especial nos primeiros problemas realizados com Fernando, nos quais teve dificuldades em compreender o que lhe era solicitado, evidenciando sua não familiaridade com esse tipo de problema.

Inicialmente precisou de bastante mediação e exemplos de possibilidades, dando continuidade após a listagem de algumas delas. Discutiu-se, ainda, os casos de repetições de possibilidades no decorrer das atividades.

Alguns pontos puderam ser observados para que sejam considerados em atividades futuras. Percebeu-se a importância que se deve dar ao tamanho dos objetos, visto que devem permitir que o aluno tenha uma “visão do todo” e facilitem sua identificação das possibilidades já listadas. Em um dos problemas realizados (*permutação*, usando veículos de brinquedos para estacioná-los, como indicado na Figura 2), foi possível observar que, apesar do tamanho dos brinquedos facilitar sua diferenciação, dificultaram a listagem das possibilidades e “visão do todo”, sendo, possivelmente, uma melhor opção o uso de figuras dos veículos com texturas para diferenciá-las.

Figura 2. Materiais utilizados na resolução de problema de permutação de veículos em vagas de estacionamento



Fonte – Braz, Braz e Borba, 2014, p. 11.

Também se verificou a necessidade de se reduzir o número de abstrações no que se referia ao uso de nomes de personagens fictícias nas questões, passando a se utilizar mais o próprio nome do Fernando, ou o nome das pesquisadoras.

A espacialidade foi também uma questão importante de se observar na execução das atividades com o Fernando. Para a resolução de alguns problemas foi utilizada uma folha de respostas na qual poderia ir fixando os elementos para compor as possibilidades. Esta era enumerada de cima para baixo, visando facilitar a contagem das possibilidades listadas ao finalizar a questão. Fernando, porém, posicionava os elementos mais próximos a si, e ia expandindo para os lados, ou para cima, não seguindo a ordem posta na folha, como pode ser observado nas Figuras 3 e 4.

**Figura 3.** Fernando ocupa primeiro os espaços mais próximos a si, não seguindo a ordem numérica proposta.



Fonte: Braz, Braz e Borba, 2014, p. 19.

**Figura 4.** Atividade de *combinação* para formação de trios na qual Fernando não segue a ordem numérica, listando a última possibilidade no espaço “2”



Fonte: Braz, Braz e Borba, 2014, p. 21.

Embora inicialmente, nos primeiros problemas propostos, Fernando tivesse tido dificuldade em compreender o que lhe era solicitado e realizar as combinações (como ocorrido nos problemas de *permutação*), ao final das atividades já possuía maior compreensão sobre algumas características dos problemas combinatórios, referentes à ordem e à escolha dos elementos. Ressalta-se que foram de suma importância, durante todo processo, as mediações das pesquisadoras e da professora da Sala de Atendimento Educacional Especializado para Fernando compreender essas características e esgotar as possibilidades, ressaltando-se a importância atribuída por Vygotski (2011), Gil (2000) e Healy e Fernandes (2011) à linguagem para a construção de conceitos pelo deficiente visual, combinada à exploração dos diferentes sentidos.

Os materiais se mostraram tão interessantes para Fernando e ele gostou de realizar descobertas através de seus sentidos ao ponto de solicitar que a professora da Sala de AEE realizasse as atividades mais vezes com ele. Isso reforça o trazido por Morgado, Santos e

Takinaga (2016), de que materiais pedagógicos que explorem os diferentes sentidos podem contribuir para a construção de aprendizagens de todos os alunos – com ou sem deficiência.

Os materiais desenvolvidos pelas pesquisadoras contribuíram para a construção de aprendizagens, ao possibilitar a discussão de características de cada tipo de problema combinatório de maneira lúdica e concreta. Esses recursos podem ser utilizados não apenas por alunos cegos, como também os com baixa visão ou os videntes, visto que têm por objetivo atender a salas de aula inclusivas, além de se mostrarem interessantes para todos os alunos.

## 6 Apresentando a Pesquisa sobre Probabilidade com Guilherme

O segundo estudo realizado<sup>4</sup> e aqui relatado, também possui cunho qualitativo e teve por objetivo analisar as contribuições de ferramentas materiais na compreensão de probabilidades por um estudante cego do 7º ano do Ensino Fundamental, com o nome fictício Guilherme. Optamos por essa perspectiva de pesquisa, pois é focalizada no sujeito, na sua inserção e interação com o ambiente, no qual pesquisador e pesquisado socializam suas observações e reflexões por meio de diálogo (D’Ambrósio, 2013).

Guilherme estuda em uma escola pública de ensino regular da cidade de Caruaru/PE. Ele reside em uma cidade vizinha e vem para a escola sem acompanhante. Ele é desinibido e independente. Desde a infância frequenta escola pública regular e salas de Atendimento Educacional Especializado (AEE), nas quais aprendeu Braille e a fazer cálculos com o ábaco e mentalmente. A escola possui uma braillista, que não está todos os dias na instituição e auxilia Guilherme e outros alunos com deficiência visual na realização de algumas atividades propostas pelos professores, na transcrição de textos para Braille e na aplicação de avaliações, entre outras coisas. Na sala de aula, o estudante, na maioria das vezes, participa como ouvinte e sem ferramentas materiais. Quanto ao conteúdo de Probabilidade, abordado em nosso estudo, o aluno relatou que já estudou nas aulas de Matemática, mas sem o uso de materiais.

Para o estudo, foram elaboradas e desenvolvidas no ano de 2018 junto a um estudante cego quatro situações-problema envolvendo demandas cognitivas, propostas por Bryant e Nunes (2012) como essenciais para a constituição de conhecimentos sobre probabilidade. As demandas<sup>5</sup> envolvidas são: (1) a compreensão da *aleatoriedade*, entendendo sua natureza, consequências e usos na vida cotidiana; (2) o levantamento de *espaço amostral*, identificando/ avaliando esse espaço antes de calcular probabilidades; (3) a *quantificação* e a (4) *comparação de probabilidades*: calculando probabilidades de eventos, por meio de representação decimal, fracionária ou taxa percentual e comparando dois ou mais eventos, identificando qual possui

4 Uma versão preliminar e parcial do trabalho foi apresentada em Congresso Internacional (nome do evento será informado na versão identificada).

5 A demanda *compreensão da relação entre eventos (correlação)*, também apresentada por Bryant e Nunes (2012), não foi abordada no estudo por ser um piloto e, para avaliar tal demanda é preciso ter certeza que o estudante tenha desenvolvido as demais. Assim, precisaríamos ter desenvolvido mais atividades.

maior probabilidade. Os contextos presentes nas situações-problemas foram pensados de modo que possibilitassem o uso de materiais multissensoriais para discussão com alunos cegos, como indicado na Figura 5.

Figura 5. Materiais usados para o estudo de probabilidade.



As situações-problemas trabalhadas foram as apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Situações-problemas de Probabilidade trabalhadas com o aluno cego Guilherme

Situações-problemas	Demandas cognitivas	Materiais
1. Colocando uma mini bola de basquete e uma de futebol em um saco, dá para tirar, usando uma luva, de modo que não perceba a diferença entre as bolas, uma bola de basquete? E uma de futebol? Dá para ter certeza qual será retirada? Qual você pensa ser a mais provável (ou tem mais chances) de sair?	Aleatoriedade	Uma mini bola de basquete, uma de futebol, um saco de tecido e luvas de silicone.

<p>2. Com duas mini bolas de basquete e uma de futebol em um saco, qual a probabilidade de tirar ao acaso uma bola de basquete? E qual a probabilidade de tirar uma de futebol?</p>	<p>Quantificação de probabilidades.</p>	<p>Duas mini bolas de basquete, uma de futebol e um saco de tecido</p>
<p>3. Na vitrine de uma loja de esportes há alguns recipientes com mini bolas de basquete e de futebol. Analise as bolas que há em cada recipiente.</p> <p>Recipiente 1: uma mini bola de basquete e uma de futebol.</p> <p>Recipiente 2: duas mini bolas de basquete e duas de futebol.</p> <p>Recipiente 3: uma mini bola de basquete e duas de futebol.</p> <p>Recipiente 4: duas mini bola de basquete e uma de futebol.</p> <p>a. Suponha que você fosse retirar, sem identificar, uma bola do Recipiente 3. Qual bola provavelmente você iria retirar? Por quê?</p> <p>b. Seria mais fácil retirar uma bola de basquete do Recipiente 1 ou do Recipiente 2? Explique o porquê de sua resposta.</p> <p>c. De qual recipiente seria mais provável retirar uma bola de futebol? Justifique sua resposta.</p>	<p>Comparação de probabilidades.</p>	<p>Seis mini bolas de basquete e seis de futebol.</p>
<p>4. Se tiver duas meninas, Ana e Bia, e dois meninos, Carlos e Daniel, participando de uma brincadeira e dois deles forem escolhidos, ao acaso, para iniciá-la, é mais provável que sejam duas meninas, dois meninos ou uma menina e um menino?</p>	<p>Espaço amostral e comparação de probabilidades.</p>	<p>Círculos representando as meninas e quadrados representando os meninos. Para diferenciar uma menina da outra e um menino do outro, foram feitos cortes nas formas.</p>

As situações-problemas foram apresentadas pela pesquisadora ao estudante Guilherme na ordem apresentada. Além da apresentação oral, foram colocados na mesa à sua frente os materiais que seriam utilizados na resolução das situações. Depois da apresentação de

cada situação-problema e dos materiais, um diálogo era estabelecido entre pesquisadora e pesquisado. Esses momentos, de cerca de 80 minutos no total, foram vídeo-gravados e alguns trechos serão apresentados a seguir.

## **7 O estudo de Probabilidade com Guilherme**

Como mencionado, Guilherme é uma pessoa desinibida, portanto, mesmo não conhecendo a pesquisadora, desenvolveu o diálogo com a mesma de forma tranquila. Também demonstrou ser curioso, fazendo questão de manusear os materiais e perguntar sobre eles. Antes de iniciar cada atividade, a pesquisadora descrevia como seria seu desenvolvimento e apresentava os materiais que seriam usados. As características dos materiais, principalmente aquelas que seriam utilizadas para diferenciar um objeto do outro, eram bastante exploradas. Essa ação tinha por objetivo preparar o aluno para a compreensão da situação-problema que seria proposta e o desenvolvimento de imagens mentais, ideias e estratégias para a sua resolução.

Quando questionado sobre se dava para tirar uma bola de basquete e uma de futebol do saco, o estudante disse que sim. Afirmou que não dava para ter certeza de qual bola seria, porque ele não teria a noção exata de que iria pegar, por não estar sentindo a textura.

As respostas dadas por Guilherme no decorrer do diálogo – como a de que é possível tirar uma bola de basquete e de futebol do saco, que ambas são igualmente prováveis de serem tiradas e que ele não tem noção exata de que vai pegar – indicam que o contexto e os materiais favoreceram a compreensão da situação-proposta e mesmo não justificando sua resposta, indica que compreende que se trata de uma situação aleatória.

As Situações-problema 2 e 3 envolviam contextos relacionados à primeira e os mesmos materiais, apenas com diferentes quantidades. Assim, não foi mais preciso a exploração inicial do material. No entanto, as quantidades de bolas indicadas na segunda situação (duas mini bolas de basquete e uma de futebol) foram colocadas em um saco para que o aluno pudesse tocá-las e indicar o espaço amostral. Na sequência, ele foi questionado sobre qual bola possuía mais chance e ele respondeu que seria a de basquete, porque tinha maior quantidade de bolas e respondeu que a probabilidade seria de “sessenta e pouco por cento”. Quando indagado sobre como chegou a esse resultado, respondeu “fiz 33 vezes 3 e deu 99”, buscando um número próximo de 100.

As respostas apresentadas por Guilherme indicam que ele compreende que probabilidade é a medida de chances, que é obtida por meio da relação entre casos favoráveis e casos possíveis e pode ser indicada por meio de taxas percentuais.

A Situação 3 envolvia a comparação de probabilidades de quatro recipientes com quantidades diferentes de mini bolas de basquete e de futebol. Depois de manusear as mini bolas de todos os recipientes, a pesquisadora os retirou e à medida que a pergunta solicitava, colocava à frente do aluno para que pudesse tatear e dar sua resposta. Quando questionado

sobre que bola provavelmente iria retirar no Recipiente 3, Guilherme respondeu que seria uma de futebol por estar em maior quantidade e, se seria mais fácil retirar uma bola de basquete do Recipiente 1 ou do Recipiente 2, disse que seria igual nos dois recipientes. Na resolução do item “c” da Situação-problema 3, o aluno ficou confuso ao manusear todos os recipientes. A pesquisadora sugeriu que ele fosse analisando um por vez e comparando com o analisado anteriormente.

Ao analisar os Recipientes 1 e 2, disse que as chances eram iguais. Ao manusear o 3 anunciou que a probabilidade era maior, porque tinha três bolas, sendo duas de futebol. Ao analisar o 4, disse que seria o Recipiente 3 mesmo.

O fato de ter muitos recipientes dificultou, no início, a identificação das probabilidades. No entanto, quando a pesquisadora sugeriu que comparasse um recipiente com o outro, Guilherme identificou os espaços amostrais e comparou as probabilidades, evidenciando compreensão das demandas envolvidas. Esse fato vem de encontro com as considerações de Healy e Fernandes (2011), quando afirmam que o diálogo possibilita que estratégias e gestos sejam analisados e acionados por estudantes cegos na resolução de problemas matemáticos.

A última situação-problema envolvia contexto e materiais diferentes das anteriores. Nela o aluno precisava definir o espaço amostral para depois, estimar as probabilidades. Como mencionado, círculos representando as meninas e quadrados os meninos foram utilizados para auxiliar o aluno na compreensão da situação e para favorecer a construção de imagens mentais.

Após a apresentação do material, a pesquisadora apresentou a situação-problema e Guilherme ficou tateando os materiais por um tempo e, observando que ele não estava conseguindo organizar as duplas, entreviu perguntando se havia possibilidade de formar outra dupla que não fosse as duas meninas. Ele disse que sim, “um menino e uma menina”. Na sequência, pediu para que pegasse um menino e uma menina. Guilherme seguiu a orientação e formou uma dupla com Bia e Daniel e outra com Ana e o Carlos. Até esse momento ele não estava permutando os elementos e foi questionado se um deles não poderia formar dupla com outra pessoa, por exemplo, se Ana poderia fazer dupla com outra pessoa. Guilherme respondeu que não poderia e novamente foi questionado “Não? A Ana não poderia formar dupla com a Bia?”. Ele respondeu que poderia. Essa dupla foi formada com materiais e, quando arguido sobre outras duplas, Guilherme disse que tinha outras e começou a tatear os materiais com as duplas já formadas, e pegou duas peças que representavam a Ana, como se fosse uma nova dupla. Ao ser questionado sobre a possibilidade de formar uma dupla com a mesma pessoa, ele disse que não podia.

Neste momento, a pesquisadora percebeu que precisava retomar oralmente as duplas já formadas, pois o ato de tatear os materiais não estava sendo suficiente para que o aluno identificasse as duplas já formadas e as que deveriam ser formadas. A pesquisadora também sugeriu que focassem em uma criança, esgotasse as duplas com essa e depois com outra e

assim, sucessivamente. O estudante seguiu a orientação e conseguiu formar todas as duplas.

Na sequência, a pesquisadora pediu ao estudante que contasse as duplas formadas e respondesse se era mais provável que a dupla fosse formada por duas meninas, dois meninos ou um menino e uma menina. Guilherme respondeu que seria “um menino e uma menina”. Justificou que é porque tem mais duplas formadas por um menino e uma menina e que a probabilidade dessa formação era de “sessenta e pouco por cento”.

Essa última foi a situação-problema mais difícil para Guilherme. Diferente das anteriores, ele precisou definir claramente o espaço amostral a partir do agrupamento dos elementos dois a dois. Nessa situação, a mediação da pesquisadora foi fundamental para que o aluno estabelecesse relações entre a situação-problema, os materiais e os conceitos matemáticos relacionados à definição de espaço amostral e comparação de probabilidades.

Os resultados apresentados indicam a contribuição da linguagem, do contexto e dos materiais táteis na construção de conceitos relacionados à Probabilidade. A organização das situações a partir das demandas propostas por Bryant e Nunes (2012) contribuiu para que analisássemos se o aluno compreendia os diferentes conceitos – aleatoriedade, espaço amostral, quantificação e comparação das probabilidades.

## 8 Considerações Finais

Os dois estudos de caso, discutidos no presente texto, indicam que, assim como todos os estudantes, os alunos com deficiências – em particular os cegos – têm o direito de desenvolverem seus raciocínios combinatório e probabilístico –, mas para isso é importante que lhes sejam propostas atividades adequadas. Essas formas de pensamento são muito importantes no desenvolvimento matemático de estudantes – por suas aplicações dentro da própria Matemática, em outras áreas do conhecimento e em suas vivências cotidianas.

Os materiais desenvolvidos nas duas pesquisas foram bons auxiliares na resolução de problemas de Combinatória e de Probabilidade. Acreditamos, assim, que as duas propostas de trabalho apresentadas vão de encontro ao que indica a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Lei nº 13.146, 2015), buscando o desenvolvimento de habilidades, segundo as características e necessidades de aprendizagem de cada estudante, bem como motivando todos os alunos a partir do estímulo ao interesse por essas e outras áreas da Matemática. Ao respeitar a igualdade de oportunidades aos estudantes defende-se, aqui, não um currículo diferenciado, mas adequações ao currículo comum que atendam às especificidades de cada aluno.

As atividades e materiais propostos no primeiro estudo, a partir do uso de sentidos variados (em particular, o tato e o olfato) e de contextos interessantes, possibilitaram a resolução de diferentes tipos de problemas combinatórios (*arranjos, combinações, permutações e produtos de medida*) – levando em conta suas características referentes à

escolha de elementos e à ordenação dos mesmos na determinação de distintas possibilidades. Também se tornaram facilitadores, no segundo estudo, na discussão de demandas cognitivas referentes à probabilidade – tais como a *compreensão da aleatoriedade*, o *levantamento de espaços amostrais*, *comparação e determinação de probabilidades*.

Os recursos utilizados nas atividades propostas permitem diferenciar bem – por sentidos diversos – os elementos a serem combinados ou comparados. Como indicado por Lambert *et al* (2004), experiências sensoriais – visuais, auditivas e táteis, dentre outras – podem gerar imagens mentais e os resultados aqui obtidos apresentam evidências nessa direção. Nossos resultados também reforçam os obtidos em estudos anteriores, tais como Segadas *et al* (2015) e Vita *et al* (2015), nos quais materiais adaptados auxiliaram na compreensão dos problemas propostos e na construção de estratégias de resolução por parte de alunos cegos.

Os materiais propostos nos dois estudos despertam nos estudantes o interesse, havendo um caráter lúdico no manuseio dos materiais que possibilita o envolvimento prazeroso dos estudantes na resolução dos problemas. Há também um caráter dinâmico que possibilita, dentre outras ações, o levantamento de possibilidades – necessário para determinar o número total de possíveis combinações e também para calcular a relação entre casos favoráveis e o total de casos.

A mediação das pesquisadoras e da professora da Sala de AEE também se tornou um importante elemento no desenvolvimento dos modos de pensamento. Sem a linguagem mediadora, a resolução de algumas das questões não teria se efetivado. Assim, há evidência de que o conjunto de elementos (linguagem, material com exploração de sentidos variados e contextos das atividades) tiveram influência na resolução dos problemas combinatórios e probabilísticos propostos – considerando a cegueira não como um impedimento, mas como uma possibilidade de superação, como Vygotski (1997) defendeu. Desse modo, os resultados obtidos nos dois estudos realizados reforçam o posicionamento de Gil (2000) de que a linguagem aliada à exploração sensorial, em particular a tátil, possibilitam que o deficiente visual obtenha informações necessárias à formação de conceitos – no nosso caso, conceitos da Combinatória e da Probabilidade.

Alguns destaques resultaram das observações realizadas, indicando aspectos a serem considerados em propostas de trabalho inclusivo, em particular atividades desenvolvidas com alunos videntes e cegos:

- Há necessidade de manuseios iniciais para familiaridade com o material proposto. Essa etapa inicial possibilita que o cego, em particular, utilize o tato e o olfato (dentre outras possibilidades) para observar as diferenças entre cada elemento a ser manuseado.
- A apresentação dos materiais deve ser por partes, pois requer que as informações sejam transformadas em representações mentais e há um limite de informações a serem processadas por vez.

- Ao testar o uso de materiais de manipulação, ajustes no tamanho dos objetos podem se fazer necessários, de modo a possibilitar o melhor uso do material.
- É preciso atentar que a organização espacial utilizadas pelos alunos cegos não é a mesma que usualmente videntes utilizam. Assim, não se deve esperar, por exemplo, que as resoluções sejam desenvolvidas do alto para baixo ou da esquerda para a direita, pois os cegos indicam preferir trabalhar em espaços próximos a si mesmos e ao alcance de suas mãos.

Concluimos que as atividades propostas – incluindo os problemas e os materiais sugeridos – mostraram-se viáveis em uma proposta inclusiva. Etapas futuras de investigação envolvem a experimentação e análise de atividades semelhantes junto a estudantes cegos em interação com alunos videntes.

## Referências

- Batista, R., & Borba, R. (2016). *No jogo é a moeda que diz, não é a gente que quer não: o que dizem crianças sobre a probabilidade*. (v. 36, n. 2, 237-255, jul./dez ). VIDYA.
- Borba, R. (2016). Combinando na vida e na escola: limites e possibilidades. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo – SP.
- Borba, R., Rocha, C., & Azevedo, J. (2015). *Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica*. (v. 29, n. 53, 1348-1368). Rio Claro/SP: Bolema.
- Braz F., Braz A., & Borba R. (2014). *Educação inclusiva de alunos com deficiência visual: desenvolvimento de materiais manipulativos para o ensino de combinatória* (monografia). Curso de pedagogia oferecido pela Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Recife.
- Bryant, P., & Nunes, T. (2012). Children’s understanding of probability: a literature review. Nuffield Foundation. Recuperado de [http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield\\_CuP\\_FULL\\_REPORTv\\_FINAL.pdf](http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf)
- D’Ambrósio, U. (2013). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas/SP: Papyrus.
- Decreto nº 7.611, de 17 de novembro de 2011*. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado. Recuperado de [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2011-2014/2011/Decreto/D7611.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2011/Decreto/D7611.htm)
- Fernandes, S., & Healy, L. (2008). *Educação matemática e inclusão: abrindo janelas teóricas para a aprendizagem de alunos cegos*. (v. 5, 91-105). Educação e Cultura Contemporânea.
- Gerência de políticas em educação inclusiva, direitos humanos e cidadania*. (Secretaria de educação e esportes de Pernambuco). Recuperado de <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&men=179>

- Gil, M. (2000). *Deficiência visual*. Brasília: MEC. Secretaria de Educação a Distância.
- Healy, L., & Fernandes, S. (2011). *Relações entre atividades sensoriais e artefatos culturais na apropriação de práticas matemáticas de um aprendiz cego*. (v. Esp, 227-244). Educar em Revista.
- Lambert, S., Sampaio, E., Mauss, Y., & Scheiber, C. (2004). *Blindness and brain plasticity: contribution of mental imagery?* An fMRI study. *Cognitive Brain Research* 20, 1-11.
- Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015*. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Recuperado de [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm)
- Marcone, R. (2015). *Deficiencialismo: a invenção da deficiência pela normalidade*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro/SP: Universidade Estadual Paulista.
- Morgado, A., Santos, R., & Takinaga, S. (2016). Sugestão de alguns materiais para o ensino e aprendizagem para inclusão. In Marinque, A., Maranhão, C., & Moreira, G. *Desafios da educação matemática inclusiva: práticas*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Programa de Implementação das Salas de Recursos Multifuncionais*. (2010) Ministério da Educação. Recuperado de <http://portal.mec.gov.br/pet/194-secretarias-112877938/secad-educacao-continuada-223369541/17430-programa-implantacao-de-salas-de-recursos-multifuncionais-novo>
- Resolução do MEC nº 4, de 2 de outubro de 2009*. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. Recuperado de [http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004\\_09.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_09.pdf)
- Santos, J., & Borba, R. (2019). Relações entre ferramentas materiais e mediação na construção de conhecimento probabilístico de um estudante cego. In Contreras J. M., Gea, M. M., López-Martín, M. M., & Molina-Portillo, E. (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest>
- Segadas, C. et al. (2015). *Introduzindo a Análise Combinatória no Ensino Fundamental com Adaptações para Deficientes Visuais e Surdos*.
- Vita, A., & Kataoka, V. (2016). *Construção de maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos baseada no design centrado no usuário*. (v.5, n.9, pp. 147-175, jul.-dez ). *Revista Paranaense de educação matemática*.
- Vita, A., Magina, S., & Cazorla, I. (2015). *A probabilidade, a maquete tátil, o estudante cego: uma teia inclusiva construída a partir da análise instrumental*. (v. 8, pp. 55-97). *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*.
- Vygotski, L. (1997). *Fundamentos de defectología*. Obras Completas, tomo cinco. Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Vygotski, L. (2011). *A Defectologia e o Estudo do Desenvolvimento e da Educação da Criança Anormal*. (v. 37, n. 4, pp. 861-870). São Paulo: Educação e Pesquisa.