

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS POR ALUNOS DO 4.º ANO DE ESCOLARIDADE

Bibiana Martins

Floriano Viseu

Luis Menezes

SUBMETIDO: 17 DE FEVEREIRO DE 2019

ACEITO: 02 DE NOVEMBRO DE 2019

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS POR ALUNOS DO 4.º ANO DE ESCOLARIDADE

Mathematical problem posing in the learning of rational numbers by students of the 4th year of schooling

Bibiana Martins

Escola Básica 2, 3 professor Delfim Santos
bibianamartins_@hotmail.com

Floriano Augusto Veiga Viseu

Universidade do Minho-Portugal
fviseu@ie.uminho.pt

Luis Menezes

Instituto Politécnico de Viseu-Portugal
luisdemenezes@gmail.com

Resumo

Em muitos países, e também em Portugal, os programas de Matemática dos diferentes níveis de ensino destacam a resolução de problemas, nuns casos como estratégia de ensino e noutros enquanto capacidade matemática a desenvolver pelos alunos. A par dessa atividade surge a formulação de problemas, que tem merecido uma menor atenção ao nível das recomendações curriculares, embora possa constituir uma estratégia de aprofundamento de conceitos matemáticos e de desenvolvimento da compreensão de procedimentos. Enquanto ao resolver problemas o aluno tem que responder a questões, na formulação de problemas o aluno é desafiado a contextualizar situações usando a sua linguagem, conhecimentos e experiências. As potencialidades formativas da formulação de problemas levaram-nos a averiguar como alunos do 4.º ano de escolaridade mobilizam e aprofundam o seu conhecimento matemático sobre números racionais não negativos nessa atividade matemática. Em particular, procuramos conhecer os problemas que os alunos formulam, as estratégias de formulação de problemas que valorizam e os traços de criatividade que identificam nessa atividade. Atendendo à natureza do objetivo, adotou-se uma metodologia de natureza qualitativa e interpretativa. A recolha de dados assenta nas produções escritas dos alunos e na aplicação de um questionário. O estudo revela que os alunos tendem a formular problemas semelhantes aos dos manuais escolares. Nessa formulação, os alunos utilizam os conceitos matemáticos relativos aos números racionais não negativos que aprenderam, criando, na maior parte, das vezes contextos plausíveis. O estudo revela também que os alunos valorizam como traços de criatividade na formulação de problemas a estrutura, a imaginação, a originalidade, o carácter lúdico e o grau de dificuldade.

Palavras-chave: Aprendizagem nos primeiros anos; Números racionais não negativos; Formulação de problemas; Criatividade.

Abstract

In many countries, as in Portugal, Mathematics syllabus at different levels of education highlight problem solving, in some cases as a teaching strategy and in others as a mathematical ability to be developed by students. In addition to this activity, problem posing arises, which has deserved less attention at the level of curricular recommendations, although it may constitute a strategy

for deepening mathematical concepts and developing the understanding of procedures. While in problem solving the student has to answer questions, in problem posing the student is challenged to contextualize situations using his language, knowledge and experiences. The formative potentialities of problem posing have led us to investigate how students in the fourth grade use and deepen their mathematical knowledge about non-negative rational numbers in that mathematical activity. In particular, we aim to know what kind of problems students formulate, the strategies of problem solving that they value and the traces of creativity that they identify in this activity. Given the nature of the objective, a qualitative and interpretative methodology was adopted. The collection of data is based on the collection of the written productions of students and the application of a questionnaire. The study reveals that students tend to formulate problems similar to the ones in school textbooks. In this formulation, students use the mathematical concepts relating to the non-negative rational numbers they have learned, creating, in most cases, plausible contexts. The study also reveals that students value the structure, the imagination, the originality, the playfulness and the degree of difficulty as traces of creativity in problem posing.

Keywords: Learning in the first years; Non-negative rational numbers; Problems posing; Creativity.

INTRODUÇÃO

As exigências da sociedade atual desafiam a escola a formar cidadãos autônomos, empreendedores e capazes de resolver problemas com que se deparam. Por razões várias, nem sempre as práticas escolares promovem a construção de conhecimento que permita aos alunos relacioná-lo com o seu cotidiano e a dar sentido ao que aprendem. Esta é uma das razões que levam os alunos a mostrarem desinteresse pelo que aprendem na escola, sobretudo na disciplina de Matemática. Procurando contrariar esta tendência, compete aos professores proporcionar experiências de aprendizagem que despertem o interesse dos alunos pela aprendizagem, nomeadamente através da resolução de problemas sobre situações do seu dia-a-dia.

Há muito que a resolução de problemas assume um lugar de destaque nos currículos de Matemática, dado o seu potencial na aprendizagem da Matemática, tanto ao nível da aquisição de conhecimentos como do desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de comunicação matemáticas (EAMES, BRADY & LESH, 2015; GUIMARÃES & SOUZA, 2015; MATOS, 2008; NCTM, 2007; ONUCHIC & ALLEVATO, 2011; VALE, PIMENTEL & BARBOSA, 2015).

A par da resolução de problemas, o NCTM (2007) defende que os alunos devem também ter oportunidades de formular problemas matemáticos. Para Brown e Walter (2005), a formulação de problemas faz com que os alunos vejam os tópicos matemáticos

com maior clareza e adquiram um conhecimento mais aprofundado dos mesmos. Estes autores, na senda de outros (BARLOW & CATES, 2006; XIA, LÜ & WANG, 2008), advogam que quando se pede aos alunos para formularem problemas, criem ou modifiquem questões, não existe a chamada ‘resposta correta’. Pelo contrário, existe uma infinidade de questões ou modificações possíveis e, em consequência, uma grande variedade nas respostas (BROWN & WALTER, 2005).

Com base nestes pressupostos, neste estudo, pretendemos averiguar como alunos do 4.º ano de escolaridade¹ formulam problemas no decurso da aprendizagem de números racionais não negativos e quais são as suas perspetivas sobre este processo de formulação de problemas. Em particular, procuramos conhecer os problemas que os alunos formulam, as estratégias de formulação de problemas que valorizam e que características da criatividade identificam nessa atividade durante a aprendizagem de números racionais não negativos.

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

Apesar das enormes potencialidades que apresenta, a formulação de problemas é ainda uma atividade pouco explorada nas aulas de Matemática (SINGER, ELLERTON & CAI, 2013). Não obstante, trata-se de uma atividade que deveria acompanhar a resolução de problemas (CANKOY, 2014; LEWIS, PETRINA & HILL, 1998; XIE & MASINGILA, 2017).

Apesar do trabalho já realizado neste domínio, tem-se notado uma dificuldade em definir o que é a formulação de problemas (KITCHINGS, 2014). Para Singer, Ellerton e Cai (2013), a formulação de problemas apresenta falta de definição e de estrutura, considerando que ainda é necessário definir as suas características, identificar as possíveis relações entre as diversas subcategorias da formulação de problemas, bem como investigar possíveis inter-relações e interdependência entre a formulação e a resolução de problemas, tanto na teoria como na prática.

Para estes autores, a atividade de formulação de problemas deve ser inserida na

¹ O sistema de ensino português contempla 12 anos de escolaridade até ao ensino superior. Os primeiros nove correspondem ao Ensino Básico (EB) e os três últimos ao Ensino Secundário (ES). O EB é formado por três ciclos de ensino: o primeiro de quatro anos (com professor único), o segundo de dois anos e o terceiro de três anos.

escola, podendo ser utilizada como meio de ensino (instrumento) e/ou como o produto desse ensino (objetivo). Desde há quase duas décadas, Ponte, Matos e Abrantes (1999) têm vindo a enfatizar a importância da capacidade de formular problemas por permitir que os alunos coloquem questões e que compreendam as relações matemáticas implícitas nas diversas situações de uma forma significativa.

Na mesma linha, outros autores defendem que a formulação de problemas deve ser um componente significativo do currículo, devendo estar no centro das atividades matemáticas dos alunos (BROWN & WALTER, 2005; MOSES, BJORK, & GOLDENBERG, 1993; SILVER, 1994). Polya² (1973) apresenta algumas formas de modificar problemas, que podem ser consideradas formulação de problemas, e torna claro que valoriza esta estratégia quando refere que “a experiência matemática do aluno está incompleta se ele nunca teve a oportunidade de resolver um problema inventado por si mesmo” (POLYA, 1973, p. 68). Este autor enfatiza ainda que a quarta fase da resolução de problemas, verificação dos dados, pode ser também aproveitada para criar um momento de formulação de problemas, pois, a seu ver, é expectável que no decorrer desta fase sejam geradas novas questões.

A advertência de Polya para que ‘olhemos à volta’ leva-o a distinguir os *problemas para encontrar* (*problems to find*) dos *problemas para provar* (*problems to prove*). No que concerne aos *problemas para encontrar*, Polya (1973) considera os seguintes modos através dos quais podem ser criados novos problemas: (1) Manter o desconhecido e mudar os dados e a condição; (2) Manter os dados e mudar o desconhecido e a condição; (3) Mudar tanto o desconhecido como os dados. Já no que diz respeito aos *problemas para provar*, o autor sugere as seguintes estratégias: (1) Manter a conclusão e mudar a hipótese; (2) Manter a hipótese e mudar a conclusão; (3) Mudar tanto a hipótese como a conclusão.

Tendo em consideração estas recomendações, Brown e Walter (2005) fornecem algumas estratégias que podem ajudar alunos ou professores a melhorar a sua capacidade de formular problemas matemáticos. Para estes autores, quando os alunos são incentivados a formular problemas está a dar-lhes a oportunidade para fazer perguntas. Brown e Walter (2005) acreditam que a formulação de problemas pode mudar o principal foco das aulas

de Matemática. Assim, em vez de uma aula ter como objetivo encontrar a resposta certa e a forma adequada de chegar à mesma, passa a ser importante encontrar a *pergunta certa* entre um vasto conjunto de possibilidades, o que pode levar a descobertas inesperadas e a novas e mais significativas oportunidades de aprendizagem.

ESTRATÉGIAS DE FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

A integração de atividades de formulação de problemas em contexto de sala de aula pode ser feita de várias formas, cada uma com características próprias, que podem fornecer diferentes análises do processo. Para Silver (1994), a formulação de problemas refere-se tanto à criação de novos problemas como à reformulação de problemas dados, que pode ocorrer antes, durante e depois da resolução de problemas. Antes da resolução de problemas, quando os problemas são criados a partir de situações previamente pensadas ou que surgem espontaneamente. Durante a resolução de um problema, quando os alunos recriam o problema de modo a torná-lo mais acessível e a facilitar a sua resolução. O aluno transforma uma dada condição do problema numa nova, que se tornará no foco da resolução. Depois da resolução de um problema, quando se propõe aos alunos que analisem as condições do problema e que, de seguida, criem problemas semelhantes. Uma estratégia que se enquadra neste momento denomina-se 'E se em vez de?', na qual a análise dos dados e condições do problema leva à sua alteração.

Diversos autores procuram tipificar as estratégias de formulação de problemas. Stoyanova e Ellerton (1996) dividiram as estratégias de formulação de problemas em três tipos de situações:

Situação livre, quando se sugere aos alunos que criem um problema a partir de determinada situação.

Situação semiestruturada, quando se dá aos alunos uma situação aberta e se lhes pede que explorem a sua estrutura e a completem aplicando o seu conhecimento, capacidades, conceitos e relações com base nas suas experiências matemáticas prévias. Por exemplo, pode-se pedir aos alunos que criem problemas usando a expressão e que formulem um problema que envolva a utilização do conceito de triângulo retângulo. Esta estratégia é denominada

de 'Aceitando os dados'.

Situação estruturada, quando as atividades de formulação de problemas são baseadas num problema específico. A fim de promover este tipo de situação, pode-se fornecer aos alunos um problema no qual se omite a questão final e pedir que formulem uma série de possíveis questões.

Ao incentivar os alunos a criar os seus próprios problemas, o professor está a proporcionar-lhes um ambiente rico para que a sua capacidade de resolver problemas seja estimulada, ao mesmo tempo que desenvolvem o pensamento crítico, a capacidade de raciocínio e os conhecimentos matemáticos mobilizados nos problemas (BOAVIDA, PAIVA, CEBOLA, VALE & PIMENTEL, 2008). Kontorovich, Koichu, Leikin e Berman (2011) defendem que a atividade matemática de formulação de problemas, além de apresentar benefícios no ensino-aprendizagem da Matemática, também é uma ferramenta poderosa para que a Matemática criativa seja avaliada. Parece haver um consenso em aceitar a existência de uma forte ligação entre a formulação e resolução de problemas e a criatividade (SRIRAMAN, 2004). A criatividade é a capacidade que um indivíduo possui para produzir um trabalho original e que seja útil (MANN, 2006; PINHEIRO & VALE, 2013). Para avaliar a criatividade, nomeadamente na formulação de problemas, podem ser utilizados os critérios que integram os Testes de Pensamento Criativo de Torrance. Este autor definiu quatro critérios para a avaliação da criatividade, que são explicados por Almeida, Prieto, Ferrando, Oliveira e Ferrándiz (2008) da seguinte forma: (1) Fluência: refere-se à validade do produto final, com a produção de ideias e a sua relevância; (2) Flexibilidade: refere-se à produção de categorias ideacionais diferentes; (3) Originalidade: refere-se à consideração da novidade nas produções finais obtidas, que não sendo familiares nem comuns, são relevantes; capacidade de produzir ideias invulgares; (4) Elaboração: refere-se à capacidade de adicionar detalhes aos produtos finais.

METODOLOGIA

O objetivo deste estudo é conhecer os problemas que os alunos portugueses do 4.º ano de escolaridade (ensino elementar) formulam, as estratégias de formulação de

problemas que valorizam e que características da criatividade identificam nessa atividade durante a aprendizagem de números racionais não negativos.

Após os alunos terem estudado este tópico a partir de problemas e situações do seu cotidiano, seguiu-se uma fase de formulação de problemas (durante 8 aulas de 90 minutos cada uma) com o propósito de: (i) mobilizar e aprofundar os conhecimentos sobre números racionais não negativos; e (ii) desenvolver a capacidade para formular problemas matemáticos. A turma do 4.º ano onde se realizou esta experiência de ensino era composta por 21 alunos, 9 rapazes e 12 raparigas, com idades compreendidas entre os 9 e os 12 anos. Trata-se de uma turma com alunos com níveis de desempenho na disciplina de Matemática diversificados. No que respeita à área curricular de Matemática, cerca de metade dos alunos da turma manifestou gostar desta disciplina, enquanto os restantes diziam não gostar por a considerarem difícil.

Atendendo à natureza do objetivo delineado, adotámos uma abordagem qualitativa e interpretativa com o intuito de compreender a atividade matemática dos alunos na formulação de problemas em contexto de sala de aula (BOGDAN & BIKLEN, 1994). Com esta finalidade, os dados foram recolhidos através de: (i) registos escritos, que os alunos produziram em grupo na formulação de problemas; e (ii) questionário final, que nos possibilita conhecer as perspetivas dos alunos sobre a sua atividade de formular problemas, as estratégias que suscitaram maior e menor interesse e características da criatividade que evidenciam nessa atividade.

A experiência dos alunos em formular problemas teve quatro momentos, correspondendo à implementação de diversas estratégias (Tabela 1).

Tabela 1. Momentos da implementação das estratégias de formulação de problemas.

Momento	Estratégia de formulação de problemas	Nº de aulas (90 min.)
1.º	Situação estruturada: 'E se em vez de?'	2
2.º	Situação semiestruturada: Aceitando os dados – expressão numérica	2
3.º	Situação semiestruturada: Aceitando os dados – observação de uma imagem	2
4.º	Situação livre	2

Teve início com a estratégia ‘E se em vez de?’, por se revelar a mais adequada para um primeiro contacto dos alunos com a formulação de problemas. A segunda estratégia aplicada incidu sobre uma ‘Situação semiestruturada’, que foi concretizada pelos alunos na criação, em grupo, de um problema com base numa expressão numérica. A terceira estratégia de formulação de problemas integrou uma ‘Situação semiestruturada’ com a finalidade de ser, simultaneamente, um desafio e uma atividade que envolvesse todos os alunos. A quarta estratégia, denominada de ‘situação livre’, envolveu os alunos, partindo de uma dada situação, na formulação de um problema que, posteriormente, foi resolvido por outro grupo.

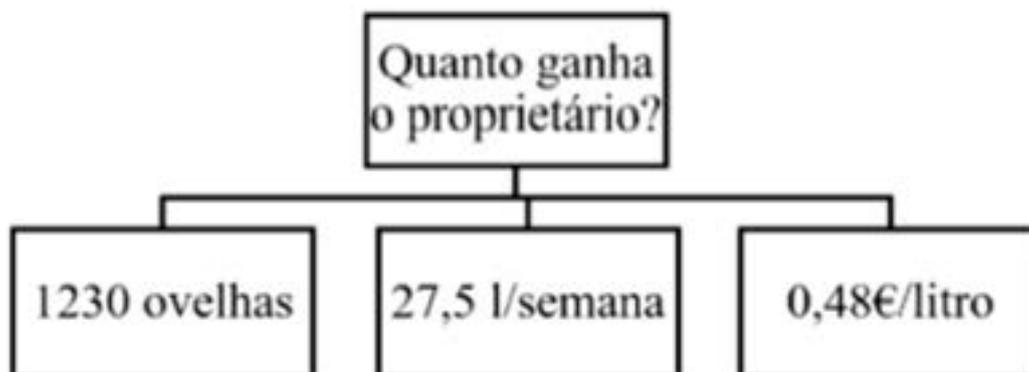
A análise dos dados assenta nos quadros teóricos de Stoyanova e Ellerton (1996) e de Almeida et al. (2008). Com o primeiro quadro, analisamos a mobilização e aprofundamento do conhecimento matemático sobre números racionais não negativos em cada uma das estratégias de formulação de problemas; e com o segundo, analisamos as características de criatividade nos problemas formulados pelos alunos.

RESULTADOS

SITUAÇÃO ESTRUTURADA: E SE EM VEZ DE?

A implementação desta estratégia efetuou-se, inicialmente, em pequenos grupos e, posteriormente, alargou-se a toda a turma. Cada uma das atividades foi dividida em dois níveis, conforme sugerido por Lavy e Bershadsky (2003): no nível 1 é necessário listar todos os dados que o problema nos fornece (tendo-se optado por listá-los num esquema); e no nível 2 devem-se confrontar todos esses dados através da pergunta “E se em vez de?”, e criar uma série de alternativas aos dados negados. Num primeiro momento, foi apresentado à turma o seguinte problema:

Após a leitura e análise do enunciado, em grupo, registou-se no quadro o seguinte esquema:



Os alunos clarificaram as suas dúvidas com os seus colegas de grupo e de resolveram o problema proposto. Depois, um aluno de cada grupo foi ao quadro apresentar a sua resolução sendo todas as respostas analisadas e discutidas na turma para que os alunos pudessem explicar o seu raciocínio e compreender, se fosse o caso, onde tinham errado. Depois de analisadas as respostas, chegou o momento de introduzir a primeira estratégia de formulação de problemas ‘*E se em vez de?*’, aproveitando o registo do esquema dos dados e alterando-os de modo que em vez de 1230 ovelhas o proprietário tivesse 1315. Na reescrita do enunciado, um aluno sugeriu que em vez de 27,5 litros por semana, as ovelhas poderiam produzir 27,7 litros. Outro aluno sugeriu que, em vez de 48 cêntimos, o litro de leite podia custar 50 cêntimos. As sugestões dos alunos foram registadas no esquema do quadro e, depois de as reproduzirem no caderno, em conjunto, reescreveram novamente o enunciado:

O proprietário de uma herdade vende o leite produzido pelas suas 1315 ovelhas a um fabricante de queijo da sua aldeia. Cada ovelha produz, semanalmente, 27,7l de leite. Sabendo que cada litro de leite é vendido a 0,50€, quanto dinheiro ganha o proprietário ao fim de uma semana?

Na alteração de dados do problema, os alunos não revelaram dificuldades, mantendo o enunciado que lhes foi fornecido e alterado os dados sugeridos no coletivo turma.

Com esta estratégia, a turma foi desafiada a usar a sua criatividade na redação de um problema que fosse resolvido através da expressão . Com esta proposta, procurou-se averiguar se os alunos conseguiam aplicar a multiplicação de frações em problemas matemáticos. Sugeriu-se aos alunos que, em pequenos grupos, formulassem e resolvessem o problema criado. Foram obtidos os problemas dos grupos G1, G4 e G5, que foram considerados matematicamente consistes, ou seja, problemas com sentido:

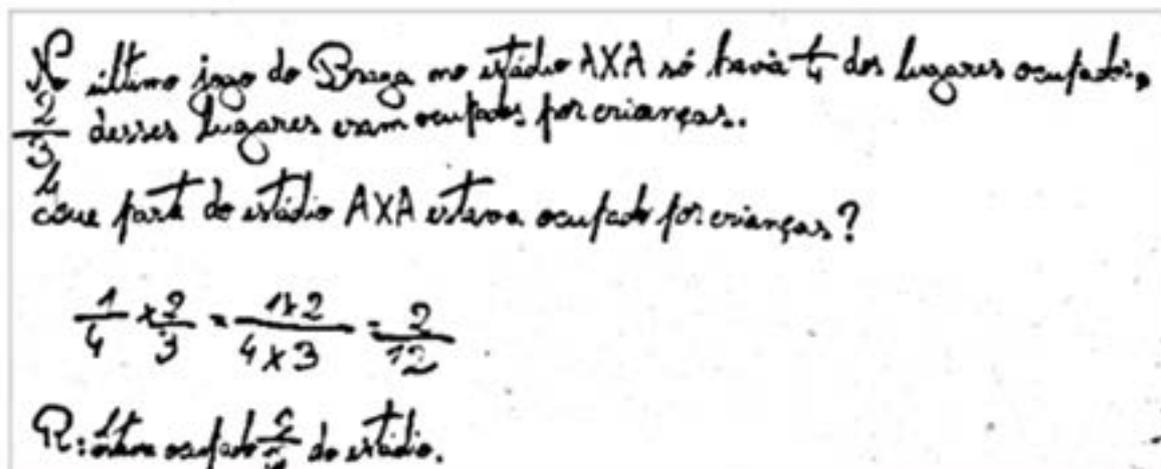
Figura 1. Problemas formulados, respetivamente, pelos grupos G1, G4 e G5.



Na formulação dos problemas denotou-se uma preocupação dos grupos em elaborar um enunciado que fosse resolvido pela expressão pretendida, o que só poderia acontecer se compreendessem em que situações se aplica a multiplicação de frações. Como seria de esperar, os enunciados que criaram espelham os problemas que estavam habituados a resolver, nomeadamente os que são contemplados no seu manual escolar.

O problema do grupo G2 também foi considerado bem formulado e corretamente resolvido. Os alunos deste grupo revelaram compreender em que situações se utiliza a multiplicação de frações, como evidencia o recurso a situações do seu quotidiano.

Figura 2. Problema formulado pelo grupo G2.



Analisando os problemas formulados, conclui-se que estes refletem o nível de experiência matemática dos alunos, tal como afirma Kilpatrick (1987) ao examinar problemas formulados com base numa dada expressão. No final da aula, todos os grupos votaram no problema que consideraram ser o mais criativo. O problema do grupo G2 foi, por unanimidade, considerado o mais criativo. Por se identificarem com a situação criada, os restantes alunos interessaram-se pelo problema.

Na análise dos problemas, verificamos que a maior parte dos grupos se prendeu demasiado à expressão fornecida e não tentou sair da sua 'zona de conforto' ao não apresentarem enunciados que trouxessem elementos novos. Ao invés, utilizaram as situações que costumavam encontrar nos manuais escolares. Os alunos foram bem-sucedidos na aplicação da estratégia e mostraram saber multiplicar frações.

SITUAÇÃO SEMIESTRUTURADA: ACEITANDO OS DADOS – OBSERVAÇÃO DE UMA IMAGEM

A concretização da estratégia de formulação de problemas numa situação semiestruturada teve a finalidade de ser, simultaneamente, um desafio e uma tarefa que envolvesse todos os alunos. Interligou-se esta proposta com os conteúdos de Ciências (Estudo do Meio). Aproveitando uma sugestão dada pela turma, planeou-se a primeira tarefa com base numa imagem do ciclo da água. A segunda tarefa baseou-se na roda

dos alimentos. Quando se planejaram estas tarefas, esperava-se que os alunos pudessem encontrar algumas dificuldades. Por esse motivo, optou-se por realizar a primeira tarefa em grande grupo (turma) e quando os alunos compreendessem o seu objetivo seriam desafiados a fazer uma semelhante em pequeno grupo. Para a primeira tarefa foi proposta a criação de um problema tendo como referência a informação de uma imagem referente ao ciclo da água (Figura 3):

Figura 3. Imagem que traduz o ciclo da água como estratégia de formulação de problemas.



Um aluno leu o enunciado em voz alta e, logo a seguir, uma aluna sugeriu que “A imagem apresenta 100 de água. Na evaporação perdeu 50,6. Com quantos litros ficou?”. A professora lembrou que, quando chove, uma parte da água vai para os rios, mares e lagos e outra vai para o subsolo. A introdução desta informação pela professora fez com que um outro aluno apresentasse o seguinte enunciado de um problema: “Uma montanha tem um rio pequenino, que tinha 30 de água. Mas 15,2 foram para um lago e o resto foi para o subsolo. Quanto foi para o subsolo?”

Ao perceber que os alunos tinham compreendido esta estratégia de formulação de problemas, embora usando valores numéricos irrealistas para as medidas de capacidade, a professora propôs, para trabalho em pequeno grupo, a segunda tarefa baseada numa imagem da roda dos alimentos (Figura 4):

Figura 4. Imagem que traduz a roda dos alimentos como estratégia de formulação de problemas.



Os alunos formularam o problema em pequenos grupos, sendo monitorizados pela professora. Neste período, a professora foi dando sugestões e fazendo observações como não se prenderem demasiadamente com os valores exatos da percentagem de cada parte da roda dos alimentos e não se focarem apenas numa parte da imagem para formular um problema (um alimento, uma bebida, etc.). À medida que terminaram, os alunos afixaram a sua folha no quadro. O problema do grupo G1 (Figura 5) estava formulado de forma clara e correspondia ao pedido. Constata-se que o grupo fez o uso da ideia de problema de aplicação (tão comuns nos manuais escolares) na medida em que idealizaram procedimentos que necessitam de ser realizados. O grupo revelou criatividade ao introduzir no problema um contexto que não seria expectável – um circo.

Figura 5. Problema formulado pelo grupo G1.

A roda está dividida em partes desiguais.
As leguminosas representam 10% da roda, a fruta 45% e a água 5%.
Tudo isso é vendido a um circo.
Qual a percentagem da roda que é vendida ao circo?

O grupo G2 formulou um problema com dados incoerentes pois a soma das percentagens sugeridas ultrapassava os 100% e a pergunta final não está bem enunciada.

Figura 6. Problema formulado pelo grupo G2.

O João fez no desenho da Roda dos Alimentos e viu que o todo correspondia a 100%. As massas eram 35%, os legumes eram 30%, a fruta era 25% e os laticínios também eram 25%. O peixe, a carne e os ovos eram 15%, os feijões 10%. Sabendo que ao todo eram 145 comidas quanto valiam as gorduras?

O grupo G3 foi o único que fez boas estimativas da percentagem que cada parte ocupa na roda dos alimentos. Acresce que apresentou um problema de dois passos bem formulado.

Figura 7. Problema formulado pelo grupo G3.

Observa a roda dos alimentos. As hortícolas representam aproximadamente 25% dos dados e os cereais representam aproximadamente 30% dos dados. Que percentagem falta para completar a roda dos alimentos?

O grupo G4 apresentou um enunciado adequado e na sua resolução revelou que os alunos compreenderam que 100% corresponde ao todo e que sabem calcular a quarta parte do todo.

Figura 8. Problema formulado pelo grupo G4.

A roda está dividida em partes desiguais.
As leguminosas representam 10% da roda, a fruta 45% e a água 5%.
Tudo isso é vendido a um circo.
Qual a percentagem da roda que é vendida ao circo?

$10\% + 45\% + 5\% =$
 $55\% + 5\% = 60\%$

R: A percentagem que é vendida ao circo é de 60%.

O grupo G5 apresentou um problema de dois passos, sendo o único em que os alunos não consideraram a imagem na sua globalidade e focaram um aspeto particular (a imagem do leite) para criar um enunciado.

Figura 9. Problema formulado pelo grupo G5.

A Marta tem um garrafão de leite com 10 l e ela bebe $\frac{1}{10}$ por dia, do garrafão de leite. Ao fim de uma semana que parte do garrafão de leite sobrarã?

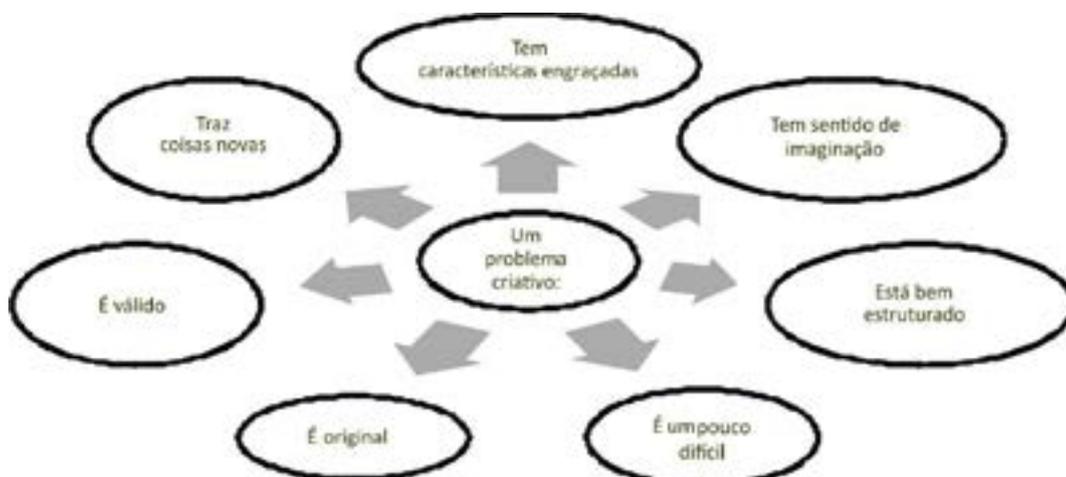
O problema formulado pelo grupo G6 apresenta duas questões, o que vem reforçar da linha da ideia de Silver (1994) de que a formulação de problemas também se relaciona com o planeamento, uma vez que os alunos apresentaram problemas mais pequenos, que representam objetivos para a resolução de um problema 'maior'. Na sua resolução pode verificar-se que as percentagens foram corrigidas porque, depois de analisar o enunciado que escreveram, o grupo verificou que a soma das percentagens ultrapassava os 100%.

Figura 10. Problema formulado pelo grupo G6.

As percentagens dos feijões é (10%). 5%
 O leite, ovos e carne tem (10%). 5%
 Yagurte, leite tem (25%). 15%
 leite, manteiga tem 20%
 Búta 30%
 Cereais 10%
 legumes (15%). 10%
 Quanto de percentagem tem isto tudo?
 Quanto sobra para a água?

Um elemento de cada grupo apresentou o problema criado à turma. Verificou-se, logo à partida, que o problema do grupo G2 não era válido, pois as percentagens utilizadas excediam 100%. Os restantes problemas foram considerados válidos e o problema do G6 foi votado pelos alunos como o problema mais criativo. Nesta votação, os alunos foram desafiados a apresentar duas características que tornam um problema criativo, que deu origem ao diagrama indicado na Figura 11:

Figura 11. Características de um problema criativo segundo os alunos



Analisando as características sugeridas pelos alunos, percebe-se que as suas perspectivas sobre a criatividade matemática na formulação de problemas se aproximam da noção de problema e dos critérios de avaliação da criatividade apontados na literatura (ALMEIDA ET AL., 2008). Ao nível de fluência, cinco problemas verificaram este critério (G1, G3, G4, G5 e G6). Relativamente à originalidade, dois dos produtos finais atingem este critério: o do grupo G5, por se ter desprendido das percentagens ocupadas por cada setor da roda dos alimentos, que era o que saltava logo à vista quando se observava a imagem, e o do grupo G6 por se apresentar dividido em subperguntas a fim de responder a um objetivo maior (SILVER, 1994).

SITUAÇÃO LIVRE

Na concretização desta estratégia de formulação de problemas, a professora propôs aos alunos a seguinte tarefa:

Cria um problema com base na situação que se segue. Só tens uma regra: tens que utilizar números racionais. *A Maria e os amigos vão a pé para a escola.*

A professora advertiu que o enunciado teria que ser *claro*, bem estruturado e apresentar todos os dados. Informou ainda que o seu problema seria depois resolvido por outro grupo.

O grupo G1 revelou facilidade em criar enunciados bem estruturados, revelando criatividade ao introduzir dados que não seriam expectáveis (neste caso, o dado de morarem em Washington). Comparativamente ao enunciado formulado na estratégia anterior (a criação de um problema com base na observação de uma imagem), este revelou-se um problema um pouco mais complexo por apresentar dois passos (Figura 12).

Figura 12. Problema formulado pelo grupo G1.

→ Ela e os amigos são americanas e a sua escola é em Washington. Sabendo que em 5 minutos andam 50,7 metros, quantos metros eles percorrem se andarem durante 50 minutos até chegarem a Washington?

O grupo G2 optou por apresentar um problema de um passo muito semelhante aos que são contemplados no manual escolar.

Figura 13. Problema formulado pelo grupo G2.

A Maria e os seus 4 amigos vão para a escola. Daqui até à escola da Maria são 0,3 Km. De todos quantos Km percorreram os 5 amigos?
 $0,3 \times 5 = 1,5$
De todos eles percorreram 1,5 Km.

No problema do grupo G3 (Figura 14), os alunos formulam um enunciado que envolvia um tópico matemático que ainda não tinha sido estudado por eles, o de 'razão'.

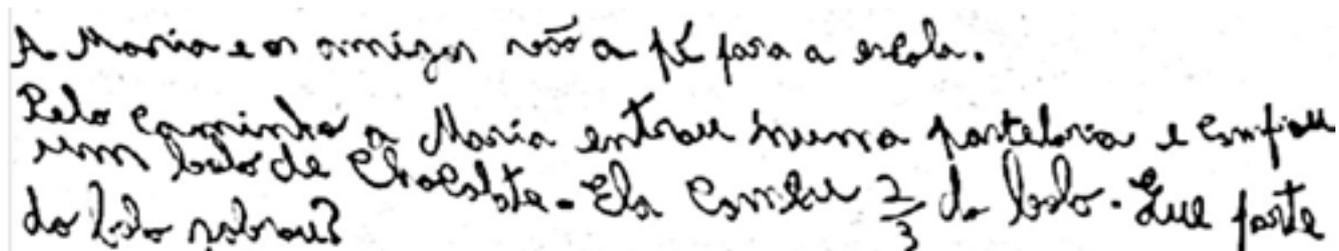
Figura 14. Problema formulado pelo grupo G3.

A Maria e os amigos vão a pé para a escola.
No 3º dia do mês de fevereiro 21 alunos foram a uma visita ao estudo ao Zoo. No Zoo havia 100 animais. Quantos alunos há em relação aos animais?
Apresenta a tua resposta em forma de fração e décima.
 $21 : 100 = \frac{21}{100}$
 $R: \frac{21}{100}$ ou 0,21.

Ainda assim, criaram-no de uma forma que permitiu ao grupo que depois foi chamado a resolvê-lo chegar à resposta certa. Mesmo sendo um problema de um passo simples para os alunos que já abordaram o tópico das razões, é um problema mais desafiador para os que não o abordaram, mas que, ao mesmo tempo, não é impossível de ser por eles resolvido.

O problema do grupo G4 (Figura 15) de um passo é bastante semelhante aos problemas aos quais os alunos têm acesso nos manuais escolares e nas fichas de trabalho. Não obstante, está formulado com clareza e especifica o que se pretende.

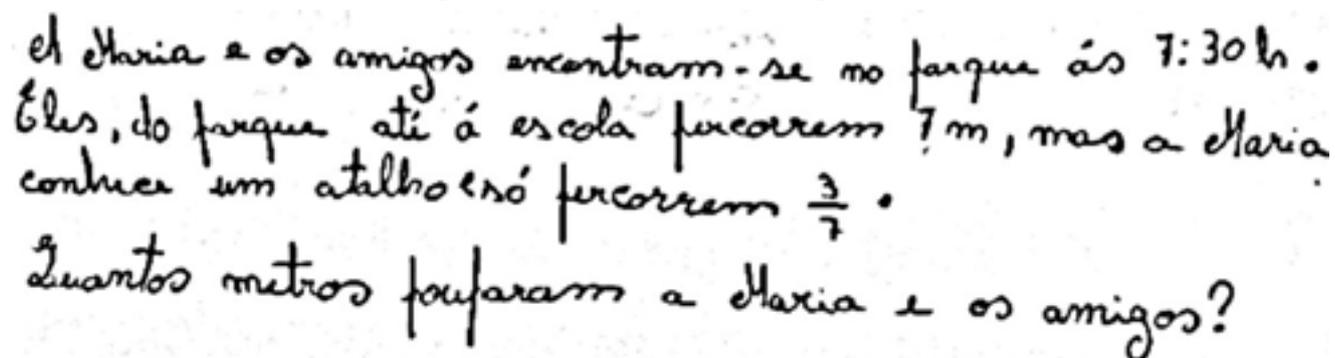
Figura 15. Problema formulado pelo grupo G4.



A Maria e os amigos vão a pé para a escola.
Pelo caminho a Maria encontra uma pastelaria e compra
um bolo de Chocolate. Ela comeu $\frac{2}{3}$ do bolo. Que parte
do bolo sobrou?

O grupo G5 formulou um problema (Figura 16) que apresenta algumas falhas na sua estrutura, mas que não impediram que o grupo resolvidor compreendesse o seu objetivo. Assim, ao enunciado deveria ter-se acrescentado que a Maria e os amigos percorrem $\frac{3}{7}$ da distância. Além disso, apresenta um dado não usado na resolução, as horas as que os amigos se encontram no parque.

Figura 16. Problema formulado pelo grupo G5.



A Maria e os amigos encontram-se no parque às 7:30 h.
Eles, do parque até à escola percorrem 7 m, mas a Maria
conhece um atalho e só percorrem $\frac{3}{7}$.
Quantos metros percorram a Maria e os amigos?

O problema do grupo G6 que foi apresentado à turma foi o seguinte:

Figura 17. Problema formulado pelo grupo G6.

do Maria foi para a escola com 10 docas.
 Chegou a meio do caminho foi ao supermercado.
 comprou $\frac{10}{100}$ de maçãs para os colegas de quem mais gosta.
 sabe-se que no supermercado havia 100 maçãs.
 5 colegas comeram maçãs
 3 colegas não gostaram e
 1 colega não lhe optava

Sobram maçãs? Quantas?

10	- 10
10	- 10 = 0
6	- 6 = 4
3	
1	

R: Sobram 4 maçãs.

No diálogo com a professora, os alunos mostraram ter a noção de que se dissessem, por exemplo, quantas maçãs a Maria tinha comprado, o problema ficaria demasiado simples, que deixaria de ser um problema e passaria a ser apenas um exercício de rotina. Relativamente ao problema em si, destaca-se por ter mais do que um passo e por ter uma estrutura mais complexa do que os restantes.

PERSPETIVAS DOS ALUNOS SOBRE A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

No final da experiência de ensino, os alunos responderam a um questionário constituído por questões de resposta aberta divididas em três categorias: formulação de problemas; estratégias que mais e menos suscitaram interesse; e criatividade na formulação de problemas.

PERSPETIVAS DOS ALUNOS SOBRE A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

A maioria dos alunos entende que a formulação de problemas é a criação de um problema. Um aluno acrescentou que, além de criar o problema, o mesmo deve ser posteriormente resolvido, para dar sentido à tarefa realizada. Quanto à possibilidade de aprender tópicos matemáticos através da formulação de problemas, apenas um aluno responde negativamente, por ainda se encontrar a “frequentar o 4.º ano de escolaridade”, o que indicia que, a seu ver, a atividade de formulação de problemas é mais adequada para alunos de anos escolares superiores. Os restantes alunos respondem afirmativamente, por considerarem que os ajuda a aprofundar conhecimentos, que é uma atividade divertida e porque os ensina a aprender com os erros.

Os alunos distinguem a formulação da resolução de problemas, ao considerarem que formular está relacionado com a criação ou a invenção de um enunciado enquanto a resolução de problemas consiste em responder ao que é pedido no problema, encontrar soluções para aquilo que já foi inventado por outros.

Para a maior parte dos alunos a aprendizagem de tópicos matemáticos através da formulação de problemas é desafiante, difícil e divertida. Um aluno refere que as atividades de formulação de problemas só são bem-sucedidas se os alunos compreenderem bem os tópicos matemáticos que estão a trabalhar.

PERSPETIVAS DOS ALUNOS SOBRE AS ESTRATÉGIAS QUE SUSCITARAM MAIOR E MENOR INTERESSE

A seguinte tabela ilustra, em percentagem, a estratégia de formulação de problemas preferida dos alunos.

Tabela 2. Estratégia que os alunos mais gostaram (%).

Tipo de estratégia	Percentagem
Situação estruturada: E se em vez de?	29%
Situação semiestruturada: Aceitando os dados – observação de uma imagem	52%
Situação semiestruturada: Aceitando os dados – expressão numérica	5%
Situação livre	9%
Todas	5%

Constata-se que a estratégia de formulação de problemas *'aceitando os dados – imagem'* se destaca das demais. Mais de metade dos alunos refere que esta foi a estratégia que lhes suscitou maior interesse, por lhes permitir dar mais ênfase à criatividade, ser mais divertida e na qual trabalharam melhor em grupo. Um número significativo de alunos prefere a estratégia *'E se em vez de?'* por considerarem que foi a que os fez compreender melhor os números racionais.

Relativamente à estratégia que menos gostaram, a seguinte tabela mostra, em percentagem, a estratégia indicada por cada aluno.

Tabela 3. Estratégia que os alunos menos gostaram (%).

Tipo de estratégia	Percentagem
Situação estruturada: E se em vez de?	20%
Situação semiestruturada: Aceitando os dados – observação de uma imagem	10%
Situação semiestruturada: Aceitando os dados – expressão numérica	30%
Situação livre	25%
Todas	15%

Entre as estratégias de formulação de problemas que os alunos menos apreciaram, as estratégias *'Aceitando os dados – expressão numérica'*, *'Situação livre'* e *'E se em vez de?'* são apontadas como pouco motivadoras.

PERSPETIVAS DOS ALUNOS SOBRE A CRIATIVIDADE NA FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

Os alunos apresentam diversas características que um problema deve ter para ser considerado criativo, expressas na Figura 18.

Figura 18. Características de um problema criativo apontadas pelos alunos.



Algumas características reúnem consenso por parte dos alunos, tais como: o sentido de humor, a estruturação do problema, a imaginação e a originalidade. Para os alunos, um problema para ser criativo deve estar bem elaborado, o que faz com que a criatividade não possa ser dissociada da formulação e da resolução de problemas (utilidade). A perspectiva dos alunos revela que não lhes adianta criar um problema muito original se o mesmo não apresentar condições para ser resolvido. Esta ideia traduz a fluência, característica apontada por Kontorovich et al. (2011) e Pinheiro e Vale (2013) para avaliar a criatividade dos produtos finais.

A razão pela qual o sentido de humor tem um número de ocorrências tão elevado justifica-se pelo facto de, desta forma, um problema poder proporcionar um ambiente propício à aprendizagem de Matemática, o que, por vezes, é considerada uma disciplina monótona e que não desperta interesse. A imaginação e a originalidade também aparecem destacadas e normalmente associadas, visto que, para alguns alunos, não seria possível elaborar um enunciado original se o criador do problema não tivesse imaginação.

CONCLUSÕES

Neste estudo, procuramos conhecer os problemas que os alunos formulam, as

estratégias de formulação de problemas que valorizam e que características da criatividade identificam nessa atividade durante a aprendizagem de números racionais não negativos.

Os problemas formulados aproximam-se dos problemas que são resolvidos pelos alunos nas aulas de matemática e dos que são contemplados nos manuais escolares, assentes na aplicação de procedimentos aprendidos anteriormente. É preciso ter em conta que esta atividade acontece num número reduzido de aulas no 1.º ciclo. Atendendo ao nível de desenvolvimento destes alunos, muitos deles tendem a manifestar dificuldades na interpretação e no uso da linguagem matemática na resolução de problemas. Os alunos revelam ainda propensão para criarem problemas que não evidenciam grande criatividade e originalidade aquando da resolução, correspondendo a problemas de aquisição de habilidades matemáticas (POLYA, 1973; SCHOENFELD, 1992).

Nos problemas formulados, verificou-se uma tendência para elaborar enunciados com apenas um passo. A estratégia que se mostrou ser menos propícia à criação de problemas com mais do que um passo foi 'Aceitando os dados – expressão numérica'. Como os alunos tinham uma expressão que deveria resolver o problema que propunham, criaram enunciados que apresentam diretamente esses valores e o produto final resulta num problema de um passo. Segundo Kilpatrick (1987), os produtos finais que se obtêm da aplicação desta estratégia espelham o nível da experiência matemática dos alunos. Cheng (2013) defende que a formulação de problemas ajuda o professor a conhecer melhor a compreensão que os seus alunos possuem do conceito de fração.

Das estratégias de formulação de problemas trabalhadas, a que se revelou mais desafiante e motivadora e, conseqüentemente, a que foi considerada a mais interessante pelos alunos foi a situação semiestruturada 'Aceitando os dados: observação de uma imagem'. A experiência dos alunos com esta estratégia permitiu-lhes abordar um tópico matemático mediante uma nova perspetiva, o que teve implicação na aquisição de conhecimento mais profundo do mesmo e a formação de novas ideias a partir de um determinado tópico (BROWN & WALTER, 2005).

A estratégia que se revelou mais complexa e a que se tornou a menos interessante aos

olhos dos alunos foi a situação semiestruturada 'Aceitando os dados: expressão numérica', pois eles sentiram algumas dificuldades em partir da expressão numérica fornecida para a elaboração de um enunciado que pudesse ser resolvido pela mesma.

A experiência de formular problemas em sala de aula foi considerada pelos alunos motivadora e desafiante, tal como é referido por English (1998) e Silver (1994). Quanto à criatividade, numa primeira abordagem, os alunos não associaram este termo à disciplina de Matemática, o que se parece justificar pelo facto de, habitualmente, os alunos serem avaliados apenas com base no desempenho em testes com perguntas de resposta fechada, como exercícios e problemas (MANN, 2006).

Com a experiência realizada, os alunos compreenderam que a formulação de problemas e a criatividade são conceitos que têm múltiplos pontos de contacto e, tal como refere Silver (1997), nas ações de formular, de reformular e, eventualmente, de resolver um problema a criatividade é um ingrediente essencial. Para os alunos, um problema é criativo se revela "imaginação" associada à "originalidade". Esta perspetiva indicia que, para os alunos, um problema criativo implica que o autor da sua formulação seja imaginativo (Almeida et al., 2008).

A estruturação e o nível de elaboração do problema foram também apontados pelos alunos, o que revela que compreenderam que um problema criativo tem que estar bem formulado e ser passível de ser resolvido. Esta ideia é sustentada por Almeida et al. (2008), Kontorovich et al. (2011) e Pinheiro e Vale (2013) na avaliação que efetuaram sobre a criatividade com base, entre outros critérios, na fluência, o que traduz a validade do produto final obtido.

Em suma, este estudo sugere, apesar do curto período da intervenção, que é possível e desejável trabalhar a formulação de problemas no ensino da Matemática, desde muito cedo. Esta atividade favorece a compreensão dos conceitos matemáticos, contribui para a melhoria da resolução de problemas e tem condições para favorecer a criatividade.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. S., PRIETO, L. P., FERRANDO, M., OLIVEIRA, E., & FERRÁNDIZ, C.. Torrance test of creative thinking: The question of its construct validity. **Thinking Skills and Creativity**, 3(1), p. 53–58, 2008.
- BARLOW, A. T., & CATES, J. M. The impact of problem posing on elementary teachers' Beliefs About Mathematics and Mathematics Teaching. **School, Science and Mathematics**, 106(2), p. 64-73, 2006.
- BOAVIDA, A. M., PAIVA, A. L., CEBOLA, G., VALE, I., & PIMENTEL, T. **A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º Ciclos do ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. 2008.
- BOGDAN, R., & BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora. 1994.
- BROWN, S. I., & WALTER, M. I. **The art of problem posing**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. 2005.
- CANKOY, O. Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 12 (1), p. 219–238, 2014.
- CHENG, L. P. **Posing problems to understand children's learning of fractions**. Singapore: National Institute of Education, 2013.
- EAMES, C. L., COREY, B., & LESH, D. Connecting real-world and in-school problem-solving experiences. **Quadrante**, vol. XXIV, n.º 2, p. 5-38, 2015.
- ENGLISH, L. D. Children's problem posing within formal and informal contexts. **Journal for Research in Mathematics Education**, 29(1), p. 83–106, 1998.
- GUIMARÃES, H. M., & SOUZA, M. A. V. F. A formulação de problemas verbais de matemática. **Quadrante**, vol. XXIV, n.º 2, p. 135-162, 2015.
- KILPATRICK, J. Formulating the problem: Where do good problems come from? In SCHOENFELD, A. H. (Ed.), **Cognitive Science and Mathematics Education**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1987, p. 123-147.
- KITCHINGS, C. N. **Problem posing in middle-grades mathematics classes**. Ph.D. Thesis, University of Georgia, Athens, Georgia, 2014.
- KONTOROVICH, I., KOICHU, B., LEIKIN, R., & BERMAN, A. Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they? In AVOTINA, M., BONKA, D., MEISSNER, H., SHEFFIELD, L., & VELIKOVA, E. (Eds.), **Proceedings of the 6th International Conference Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students**. Latvia: Latvia University, 2011, p. 120–125.
- LAVY, I., & BERSHADSKY, I. Problem posing via “what if not?” strategy in solid geometry - a case study. **The Journal of Mathematical Behavior**, 22(4), p. 369–387, 2003.

LEUNG, S. S., & SILVER, E. A. The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. **Mathematics Education Research Journal**, 9(1), p. 5–24, 1997.

LEWIS, T., PETRINA, S., & HILL, A. M. Problem posing - Adding a creative increment to technological problem solving. **Journal of Industrial Teacher Education**, 36(1), p. 5-35, 1998.

MANN, E. L. Creativity: The essence of mathematics. **Journal for the Education of the Gifted**, 30(2), p. 236–260, 2006.

MATOS, J. M. A resolução de problemas e a identidade da educação matemática em Portugal. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín, & L. J. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2008, p. 141-158.

MOSES, B. M., BJORK, E., & GOLDENBERG, E. P. Beyond problem solving: Problem posing. In S. I. Brown, & M. I. Walter (Eds.), *Problem posing: reflection and applications*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993, p. 178–188.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS **Princípios e normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM, 2007.

ONUCHIC, L. R., & ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: Caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, 25(41), p. 73-98, 2011.

PINHEIRO, S., & VALE, I. Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática. In FERNANDES, J. A., MARTINHO, M. H., TINOCO, J., & VISEU, F. (Orgs.), **Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, 2013.

PITTALIS, M., CHRISTOU, C., MOUSOULIDES, N., & PITTA-PANTAZI, D. **A structural model for problem posing**. University of Cyprus, Department of Education, 2004.

POLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1973.

POLYA, G. O ensino por meio de problemas. **Revista do professor de matemática**, 7, p. 11–16, 1985.

PONTE, J. P., MATOS, J. M., & ABRANTES, P. **Investigação em educação matemática: implicações curriculares**. Lisboa: Instituto de Inovação Curricular, 1999.

SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In GROUWS, D. A. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York, NY: Macmillan, 1992, p. 334–370.

SILVER, E. A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. **ZDM**, 3, p. 75-80, 1997.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics**, 14(1), p. 19–28, 1994.

SINGER, F. M., ELLERTON, N., & CAI, J. Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. **Educational Studies in Mathematics**, 83, p. 1-7, 2013.

SRIRAMAN, B. The characteristics of mathematical creativity. **The mathematics educator**, 14(1), p. 19-34, 2004.

STOYANOVA, E., & ELLERTON, N. F. A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In CLARKSON, P. C. (Ed.), **Technology in mathematics education**. Melbourne, Victoria: Mathematics Education Research Group of Australia, 1996, p. 518-525.

VALE, I., PIMENTEL, T., & BARBOSA, A. Ensinar matemática com a resolução de problemas. **Quadrante**, vol. XXIV, n.º 2, p. 39-60, 2015.

XIA, X., LÜ, C., & WANG, B. Research on mathematics instruction experiment based problem posing. **Journal of Mathematics Education**, 1(1), p. 153-163, 2008.

XIE, J., & MASINGILA, J. O. Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers: A case of using fractions. **Educational Studies in Mathematics**, 96(1), p. 101-118, 2017.