REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO
ISSN 1981-6979
VOLUME 10, NÚMERO 2. 2021
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM OLHARES DIVERSOS

PARA ALÉM DA COMUNICAÇÃO EM SALA DE AULA: O PAPEL DAS FUNÇÕES DISCURSIVAS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

BEYOND THE CLASSROOM COMMUNICATION: THE ROLE OF DISCURSIVE FUNCTIONS IN MATHEMATICAL LEARNING

Eduardo Sabel[1]
Méricles Thadeu Moretti[2]

RESUMO

As diversas funções discursivas e metadiscursivas imprimem à linguagem natural um papel primordial na aprendizagem matemática. A principal delas é a comunicação que permite que se estabeleça um diálogo didático tão necessário em sala de aula. Para além da comunicação, outras funções da linguagem natural precisam ser compreendidas para que a análise na possibilidade de aprendizagem possa ser reconhecida. Cita-se o caso da função discursiva referencial, que é importante na resolução de problemas por conta da operação de designação: para a resolução de um certo tipo de problema (problemas aditivos de Vergnaud, por exemplo), será necessário identificar valores e operações. Pretendeu-se, neste trabalho de cunho teórico e qualitativo, aprofundar estudos sobre essas funções da linguagem e analisar a sua importância em diferentes situações didáticas, tendo por base os estudos teóricos sobre os registros de representação semiótica de Raymond Duval. Percebeu-se, neste estudo, que na resolução de problemas e em processos de escrita, tais funções estão presentes e ultrapassam a função apenas de comunicação, pois realizam atividades cognitivas importantes para que a aprendizagem matemática possa ser compreendida.

Palavras-chave*:* Linguagem e comunicação; Funções discursivas; Representações semióticas; Aprendizagem matemática.

ABSTRACT

The various discursive and metadiscursive functions assign to natural language an important role in mathematical learning. The main one is the communication that allows establishing a didactic dialogue so necessary in the classroom. Beyond reporting, other natural language functions need to be understood so that learning disability analysis can be recognized. It mentions the referential discursive function case that is important in problem-solving due to the designation operation: It will be necessary to identify values and operations to solve a certain kind of problem (e.g. Vergnaud's additives problems). This theoretical and qualitative assignment aimed to enhance studies about these language functions and analyze their importance in different didactic situations based on Semiotic Representation Theory, according to Raymund Duval. It was noticed, in this study, that in solving problems and in writing processes, such functions are present and go beyond the function of communication only. Because of this, for mathematical learning to be understood, important cognitive activities are performed.

Keywords: Language and communication; Discursive functions; Semiotic Representation; Mathematical Learning.

1 Doutorando em Educação Científica e Tecnológica no PPGECT/UFSC.
2 Doutor em Didática da Matemática pela Universidade Louis Pasteur. Professor permanente do PPGECT/UFSC.

INTRODUÇÃO

Dentre os diversos olhares no processo de ensino e aprendizagem da matemática, trouxemos para discussão o papel indispensável da linguagem em sala de aula. Neste microambiente social, a língua tem a função primordial na *construção da comunicação didática*, que é a condição básica para o funcionamento do contrato didático, na perspectiva apontada por Brousseau (1986), que visa à aprendizagem de algum conteúdo. No âmbito da aprendizagem matemática, podemos falar de uma linguagem[3] que assume esse papel importante como em qualquer outra disciplina, mas, ao mesmo tempo, outras funções relevantes precisam ser compreendidas.

Em matemática, utilizamos diferentes formas de linguagem para criarmos essa comunicação didática, pois somente a língua materna não é suficiente ou conveniente para representar e descrever os seus objetos. Outros sistemas semióticos como a álgebra, a geometria e a aritmética, no interior da língua materna, precisam ser evocados e nesse momento a linguagem vai além da sua função principal de comunicação.

Tomamos como base principal a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2004), que discute a importância da linguagem e menciona diversas funções que desempenha em um discurso oral ou escrito. Um discurso para Duval consiste no "emprego de uma língua para dizer alguma coisa, para falar dos objetos físicos, imaginários e ideais e está conectada a um funcionamento cognitivo" (DUVAL, 2004, p. 87). Tal discurso em matemática está atrelado à capacidade de utilizar as diferentes funções discursivas e metadiscursivas e suas respectivas operações.

As funções metadiscursivas são três: o Tratamento, a Comunicação e a Objetivação; enquanto as funções discursivas são quatro: Função Referencial (designação de objetos); Função Apofântica; Função de Expansão Discursivas e Função de Reflexividade. Cada função contém operações importantes que compõem uma língua e que agem ativamente e em conjunto nos discursos.

Em geral, quando falamos em linguagem em sala de aula, o destaque é dado para a função metadiscursiva da comunicação, que está sempre presente. Entretanto, não podemos tratar da linguagem apenas dentro dessa função metadiscursiva, pois, segundo Duval (2004, p. 92), é nas funções discursivas da língua que a aprendizagem matemática se torna mais evidente.

Este estudo de caráter teórico-qualitativo tem como objetivo aprofundar estudos sobre essas funções da linguagem e analisar a sua importância em diferentes situações didáticas, tendo por base os estudos teóricos sobre os registros de representação semiótica de Raymond Duval. Apresentaremos uma análise de algumas situações que permeiam o ensino de matemática, como a resolução de problemas, a formulação de perguntas e os processos de escrita, dando ênfase às funções e operações discursivas.

A necessidade de esclarecer e discutir conceitos e situações que abordem as funções discursivas já foi apontado por Pontes, Brandt e Nunes (2017) que, em um estado da arte da teoria de Duval, analisaram 65 produções sobre essa teoria entre 2010 e 2015, sendo que apenas 7 traziam o tema das funções discursivas para debate. Portanto, este artigo também poderá contribuir para o avanço e conhecimento dessa parte menos explorada da teoria de Duval.

Buscamos chamar a atenção a este olhar para a linguagem e o discurso nas aulas de matemática, bem como incentivar reflexões que possam contribuir nesse campo da educação matemática e nos estudos das potencialidades que podem assumir no processo de ensino e aprendizagem.

Por meio deste estudo, pretendemos contribuir no campo da educação matemática que investiga o papel da linguagem, ao apresentar a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e as chamadas funções discursivas. Partimos do pressuposto de Duval (2004), que já afirma que a comunicação nas

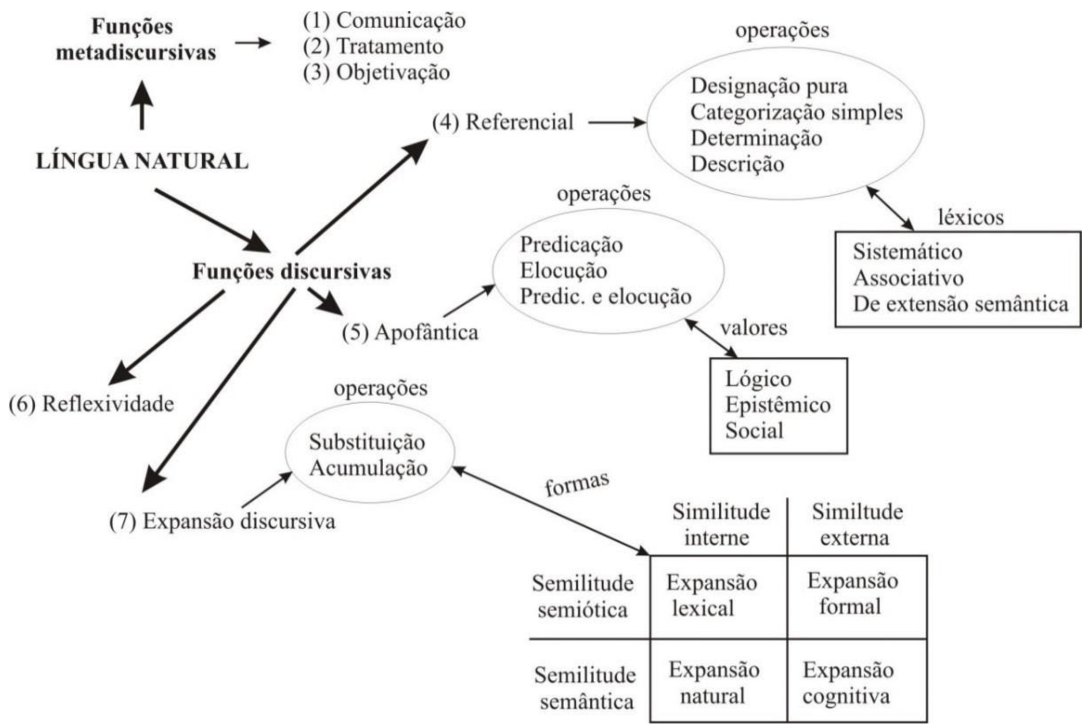
3 Entendemos a linguagem como toda forma de comunicação (demonstração, resolução de problemas, desenvolvimento em matemática, dança, música, etc.) e que inclui a mais importante, a linguaagem natural.

aulas de matemática atravessa o campo da comunicação, mas não se restringe a ela, pois está voltada também a funções cognitivas mediadas pelo discurso, que têm papel fundamental na aprendizagem matemática.

AS FUNÇÕES DISCURSIVAS DE UMA LÍNGUA

Em seus estudos sobre linguagem, Duval (2004, p. 88) defende que um sistema semiótico necessita cumprir algumas funções discursivas na construção de um discurso. Dentre as funções que uma língua permite, podemos separá-las em dois grupos: Metadiscursivas e Discursivas. Todas essas funções trabalhadas em conjunto permitem que um discurso seja feito, e cada uma delas opera de uma forma diferente. Veremos quais as características de cada função e qual sua importância para a constituição de um discurso. Na Figura 1, temos uma visão de todas as funções de uma língua, que serão discutidas em seguida.

Figura 1 – Esquema das funções e operações discursivas



Fonte: Dionizio, Brandt e Moretti (2014, p. 517), a partir de Duval (2004)

AS FUNÇÕES METADISCURSIVAS

Duval define essas funções como "as funções cognitivas comuns a todos os registros de representação (linguísticos, simbólicos, figurativos...)" (DUVAL, 2004, p. 87). Ou seja, não estão relacionadas somente aos registros escritos, mas a qualquer registro de representação semiótica. Existem três tipos de funções metadiscursivas importantes no âmbito de um discurso. São elas: comunicação, tratamento e objetivação.

1. **Comunicação**: função que todo sistema de representação semiótica deve cumprir. É necessária para que as pessoas que utilizam de uma língua possam compartilhar e socializar seus conhecimentos. Pode ocorrer através de uma conversa, exposição, comentário, esclarecimento etc.
2. **Tratamento**: acontece na própria atividade do conhecimento. A partir de uma informação, deve

ser possível modificá-la para que outros dados sejam extraídos dela. É uma alteração na estrutura sem alterar o registro de representação que se encontra. Exemplo: Quando um professor explica um conceito para um estudante e depois percebe que ele tem dificuldade para compreender, volta a explicar, utilizando-se de outros termos, falando a mesma coisa, porém, de outra forma.

3. **Objetivação:** Segundo Duval, "é uma função necessária para o desenvolvimento que um sujeito pode ter em suas atividades, experiências e potencialidades. É a externalização ou conscientização que não se tinha antes" (DUVAL, 2004, p. 88). É nessa função que ocorre a tomada de consciência do aprendizado, é quando o sujeito se dá conta que aprendeu. Normalmente, essa percepção é externalizada por um desenho, figura, esquema, escrita ou alguma expressão oral do sujeito.

AS FUNÇÕES DISCURSIVAS

Segundo Duval (2004, p. 88), as funções discursivas são as funções cognitivas necessárias para que haja um discurso em um sistema semiótico. Assim como nas metadiscursivas, também existe aqui uma divisão de funções que possuem objetivos distintos em um discurso. São elas: função referencial, apofântica, expansão discursiva e reflexividade.

1. **Função Referencial:** ocorre por meio da operação de designação de objetos. É a função responsável em utilizar signos (palavras, letras, símbolos, números) para designar seus objetos. Dentro dessa função, Duval (2004, p. 94) identifica quatro operações específicas exercidas por ela:

a operação de *designação pura*, que consiste em utilizar léxicos (conjunto de palavras, signos e símbolos utilizados dentro de um vocabulário) para referenciar objetos específicos. Por exemplo, quando utilizamos a letra M na frase *considere M o ponto médio do segmento*, estamos usando a letra M para designar um objeto (ponto médio) e representá-lo por meio dele;

a *categorização simples*, que consiste na operação de atribuir certas qualidades aos seus objetos. Depois de tê-los designado, é preciso dizer a que grupo esses signos pertencem, identificando suas características. Retomando o exemplo anterior, *considere M o ponto médio do segmento,* é importante dizer que M na frase representa nesse caso o ponto médio de um segmento. Sem essa identificação, a letra M poderia ser um vértice, ângulo, mediana, dentre outros. Por isso, a operação de categorização é importante no momento de designar objetos;

a *determinação*, que busca atribuir artigos definidos e indefinidos para que, em complemento com as outras operações anteriores, tornem precisa a categorização do objeto. Por exemplo, ao adicionar os artigos *"o", "os", "a" e "as"*, trazemos no discurso noções de existência e unicidade de seus elementos. Esta operação conversa diretamente com a categorização simples, uma vez que age de forma combinada no processo de designar com mais precisão os objetos;

a *descrição*, que tem como objetivo identificar o objeto por meio de relações diretas com as operações de categorização e determinação. Duval diz que "nenhuma língua, mesmo a natural, pode ter um nome para cada objeto ou classe de objetos. Portanto, é por meio da operação de descrição que se pode nomear qualquer objeto, apesar da limitação lexical" (DUVAL, 2004, p. 95). Ou seja, por meio da descrição, podemos criar novos termos para os elementos que ainda não possuem um símbolo ou nome específico.

2. **Função Apofântica**: Segundo Duval, "somente designar objetos não cria uma língua, é preciso poder dizer qualquer coisa sobre os objetos sob a forma de uma proposição, ou seja, cumprir a Função

Apofântica" (DUVAL, 2004, p. 104). Desta forma, atribui-se à função apofântica as ações em que o sujeito exprime um pensamento, fala ou escrita sobre os objetos.

Além disso, cabe a essa função extrair dos enunciados completos um valor lógico, epistêmico e social. O valor lógico classifica a sentença em verdadeiro ou falso, o valor epistêmico analisa se a preposição respeita as regras internas da matemática, enquanto o valor social advém do motivo que levou à construção da frase. A função apofântica ocorre por meio de duas operações: a predicação e o ato ilocutório (ou elocução).

A predicação é a operação que permite falar sobre os objetos em forma de uma proposição (frase com verbo e predicado) que tenha sentido e valor lógico (verdadeiro ou falso). Um exemplo é a frase: a medida do segmento x na figura pode ser obtida através da aplicação do Teorema de Pitágoras.

O ato ilocutório ocorre na ação do sujeito expressar seu raciocínio ou pensamento para o outro. É o ato onde os indivíduos se comunicam e expõem seus argumentos, utilizando a oralidade. Exemplo: quando o aluno explica como resolveu um determinado problema e como chegou nos resultados para que o professor verifique e o corrija.

3. **Expansão Discursiva:** de acordo com Duval, esta função tem o objetivo de "articular diversos enunciados completos na unidade coerente de uma narração, de uma descrição, de uma explicação ou de um raciocínio" (DUVAL, 2004, p. 94). Ou seja, permite interligar uma frase à outra, articulando as proposições e permitindo que o interlocutor realize inferências sobre o que foi dito e torne explícito o que estava implícito, por meio de operações pertinentes.

A expansão discursiva acontece com operações de substituições e acumulações, sendo que a primeira se dá por registros numéricos, algébricos e formais da matemática, e a operação de acumulação se dá por meio da linguagem natural. É possível realizá-la de quatro formas expansivas distintas: lexical, formal, natural e cognitiva. No quadro 1 a seguir, vemos uma panorama geral das formas em que esta função acontece:

Quadro 1 – As quatro formas de expansão discursiva de uma expressão

Mecanismos de expansão	**Similaridade interna** (continuidade sem um terceiro enunciado)	**Similaridade externa** (continuidade com um terceiro enunciado)
Similaridade semiótica (são recuperados alguns significantes).	Expansão LEXICAL (recuperação do sentido de uma mesma unidade do vocabulário sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual). Associações verbais,ocorrências. Linguagem do inconsciente.	Expansão FORMAL (recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica). Raciocínio dedutivo (proposições de estrutura funcional). Cálculo proposicional, cálculos de predicados.

Similaridade semântica Lei de Frege: Significantes diferentes e mesmo objeto (Invariância referencial estrita ou global).	Expansão NATURAL (somente o conhecimento da linguagem corrente é suficiente). Descrição, narração, argumentação retórica, silogismo aristotélico (proposição de estrutura temática predicativa). Raciocínio pelo absurdo.	Expansão COGNITIVA (exige o conhecimento de definições, regras e leis para um domínio de objetos). Explicação e raciocínio dedutivo (proposição de estrutura temática condicional). Raciocínio pelo absurdo.

Fonte: Duval (2004, p. 119)

A *expansão lexical* recupera um significante por similaridade homofônica ou homográfica, dando continuidade ao discurso e mantendo a coesão entre as proposições. “Exemplo: o *pelo* do cachorro é preto; vou *pelo* lado de dentro” (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 7).

A *expansão formal* é caracterizada por utilizar regras de substituição com o uso de símbolos específicos da linguagem matemática. Através dessa expansão, obtemos novas sentenças a partir de uma proposição de partida, garantindo sua validade (valor lógico) pelas propriedades já construídas na matemática. As demonstrações que utilizam a linguagem formal da matemática são um exemplo desse tipo de expansão.

A *expansão natural*, por sua vez, busca utilizar apenas o uso comum da linguagem. Segundo Brandt, Moretti e Bassoi, é a “mobilização simultânea da rede semântica de uma língua natural e dos conhecimentos práticos do próprio meio sociocultural dos alunos que produziram esses discursos” (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 7). É a utilização da língua natural para escrever as proposições.

A *expansão cognitiva* trata-se do uso da linguagem natural com caráter especializado, em que seu vocabulário é limitado às nomenclaturas exclusivas a um certo conhecimento. Exemplo: “Um número ímpar excede um número par em uma unidade. Logo, a soma de dois ímpares resulta em um número par” (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 7).

Todas essas formas de expansão discursiva ocorrem dentro de relações de similaridades entre os enunciados (as unidades apofânticas). Ela acontece, segundo Duval (2004, p. 118), quando essa similaridade entre expressões é concedida pelos significantes que compõem cada uma delas, respectivamente. As similaridades podem ser do tipo semântica ou semiótica.

A similaridade semântica acontece quando as unidades apofânticas têm como referência o mesmo objeto, porém, não abrangem significantes comuns, promovendo assim a continuidade entre os enunciados. Exemplo: *o produto de dois* números *é menor ou igual a zero* e $x.y \leq 0$.

Já a similaridade semiótica se constitui da repetição dos mesmos signos, que estão referenciados a elementos diferentes, como no exemplo: “A palavra ‘razão’ em: ‘a *razão* entre duas grandezas é...’ ou ‘ele tem *razão* ao afirmar que...” (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 8).

No conjunto, as formas da expansão e suas similaridades, apesar de serem definidas separadamente, estão intrinsecamente relacionadas entre si e nos discursos. Na construção de um discurso, várias funções podem ser evocadas e trabalhadas conjuntamente, pois é na complementaridade de cada uma delas que conseguimos estruturar um discurso coerente e coeso, que pode ser validado do ponto de vista da argumentação matemática.

4. **Função de Reflexividade Discursiva:** esta é a última das quatro funções discursivas de uma língua, sendo caracterizada como uma operação que permite a interpretação dos sujeitos envolvidos no discurso, de forma a estabelecer uma relação entre o ato intencional e a criação de um enunciado. "Isto quer dizer que uma língua deve permitir explicitar no enunciado mesmo a maneira como o locutor emprega a língua para dizer o que quer dizer" (DUVAL, 2004, p. 121).

Desta maneira, esta função deve permitir que as línguas consigam expressar em seus discursos o que o locutor pretende dizer com ele através de suas estruturas. Sabemos que a mudança no tom de voz ou a forma como alguém exprime algo pode mudar seu sentido, por isso, esta função é utilizada quando o sujeito realiza essas mudanças para que seu discurso tenha um sentido diferente.

Duval lembra que "a maioria dos textos a combinam [...]. Então, se compreende a importância de considerar essas formas diferentes de expansão para o ensino da língua materna e matemática" (DUVAL, 2004, p. 121). Desta forma, as quatro funções discursivas são importantes na análise ou construção de um discurso, e para a comunicação dos objetos matemáticos entre os sujeitos da aprendizagem.

AS FUNÇÕES DISCURSIVAS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Todas as linguagens têm a finalidade de comunicação, mas são "os sistemas semióticos mais apropriados para cumprir esta função entre os indivíduos em um grupo ou em uma sociedade" (DUVAL, 2004, p. 87). E na matemática essa função estará relacionada à comunicação de discursos voltados à expressão de raciocínio, ideias e diálogos entre os sujeitos da aprendizagem.

A importância da língua para o aprendizado em matemática é destacada por Duval, quando explica que a "língua não é um código, mas um registro de representação semiótica [...]. Ela repousa nas operações discursivas que cumprem as funções cognitivas a que todo ato de expressão e de compreensão de um discurso produz mobilizando os diversos graus" (DUVAL, 2011, p. 76). Desta forma, na matemática, a língua não se restringe aos fins de comunicação e, por isso, é preciso ter um olhar mais cuidadoso sobre ela, destacando suas funções discursivas.

O discurso em matemática carrega palavras e signos que desempenham as funções discursivas mencionadas, levando-nos a pensar que, sem elas, a comunicação da matemática (seus objetos) não seria possível. Logo, elas atuam como instrumentos inerentes às práticas comunicativas nas aulas de matemática, pois através delas conseguimos evocar os objetos ideais, descrevê-los e explicá-los.

A partir do exposto teórico, pensaremos em algumas situações em que tais funções são importantes e como contribuem nos processos de interlocução em matemática. As operações discursivas surgem em diversos contextos, como na relação professor e aluno, nas linguagens verbal e escrita, assim como na resolução de problemas.

A FORMULAÇÃO DE PERGUNTAS E RESPOSTAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Dentre as diferentes práticas de comunicação, o ato de perguntar está presente em todas as situações de aprendizagem, pois revela aquilo que o sujeito ainda não sabe e o que tem interesse em aprender, podendo ainda agir de forma avaliativa. Ao longo da história das ciências, muitos epistemólogos e filósofos trazem a importância do perguntar durante o processo de aprendizagem. Bachelard, por exemplo, diz que "para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma pergunta. Se não há pergunta, não pode haver conhecimento científico" (BACHELARD, 1996, p. 18). Ou seja, o conhecimento surge para responder a uma pergunta, por isso, sua importância científica e social.

Na visão de Vygotsky, “qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma história prévia” (VYGOTSKY, 1984, p. 94). Segundo ele, a pergunta feita pelo aluno pode indicar concepções equivocadas sobre os conceitos e elementos que precisam ser significados. Nesse mesmo pensamento preocupado com os saberes prévios, Moreira (2009) diz que “os conhecimentos pré-existentes (subsunçores) seriam conceitos em construção. Da interação (relação dialética) entre eles resultaria a aprendizagem significativa, de maneira progressiva” (MOREIRA, 2009, p. 17).

Como formulamos uma pergunta na matemática? Novamente, a resposta se volta ao emprego das funções discursivas de uma língua, que precisam ser corretamente empregadas, uma vez que uma pergunta matemática terá um fim social de comunicação entre o locutor e o ouvinte, e, ao mesmo tempo, irá conter objetos matemáticos que precisarão ser descritos na pergunta.

A função apofântica, que cria enunciados completos, será usada na formulação de uma pergunta, que terá um valor de verdade se for corretamente elaborada, assim como um valor social, pois terá o objetivo de ser respondida por alguém. A língua natural conduzirá as perguntas orais, e nas escritas, os símbolos matemáticos e a linguagem formal entram em ação. Na matemática, a construção da pergunta também é importante, pois revela ao professor quais concepções ainda não foram compreendidas, direcionando os caminhos que as explicações precisam tomar para que o aluno atinja o objetivo principal que é a objetivação, ou seja, a tomada de consciência pelo sujeito de que aprendeu.

A COMUNICAÇÃO ESCRITA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

As práticas escritas são importantes para a construção de um saber, e a relação entre o pensamento e a palavra durante o aprendizado é destacada por Vygotsky que salienta que “o pensamento não se exprime em palavra, mas nela se realiza [...]. O pensamento não é só externamente mediado por signos como internamente mediado por significados” (VYGOTSKY, 2001, p. 479). Os significados dados às novas palavras e signos dependerão dessas relações entre a linguagem e o pensamento, que precisam ser estabelecidas e estimuladas na escola.

No ensino de matemática, tende-se a privilegiar, nas atividades avaliativas, apenas os cálculos e os resultados, desconsiderando todo o processo, o raciocínio e outras formas de comunicação do aluno para expressar seu pensamento por outros atos, como a oralidade e a escrita, construídos pela língua. Esse processo de produção de registros escritos e orais evocará as funções discursivas das quais fala Duval (2004), pois toda a atividade de enunciar, designar e expandir o discurso ocorre de forma subordinada a essas funções.

No desenvolvimento de uma resposta, seja em linguagem natural ou formal, é importante que as frases tenham sentido lógico e respeitem os fundamentos da matemática, e a função apofântica tem destaque nesse momento, pois a partir dela é que podemos analisar a lógica da construção das sentenças.

Para que os textos em matemática tenham continuidade, recorremos às diversas formas de expansão, pois permitem operações de narração, descrição, raciocínio e explicações que interligam as frases, e dar continuidade ao discurso de forma coerente. Todos esses elementos estão envoltos na esfera de um processo de comunicação escrita que perpassará por tais funções da língua.

Ao explicar um exercício algébrico, por exemplo, o estudante precisa expandir o discurso através de novas proposições (expansão formal por substituição), utilizando as regras destinadas ao corpo algébrico em questão. Ou ainda, usar a língua natural para descrever seu raciocínio (expansão natural por acumulação), e empregar essa linguagem para fins específicos de um conhecimento com vocabulário próprio (expansão cognitiva). Tais operações atuam como conectores entre as proposições/frases de um discurso e permitem a continuidade da comunicação.

Dentro dos processos de escrita, a matemática desenvolveu códigos específicos para suas áreas de conhecimento, e a apropriação desses signos é essencial na aprendizagem de seus objetos, pois contribuem na constituição dos discursos. Segundo Saussure (1969, p. 80), um signo "une não uma coisa e uma palavra, mas um conceito e uma imagem acústica". Ou seja, o signo é uma relação diádica entre essas duas faces, que são chamadas, respectivamente, de significado e significante. A primeira é a imagem mental, e a segunda, a representação sonora do vocabulário.

O signo φ, por exemplo, lê-se *conjunto vazio e significa um conjunto que não possui nenhum elemento*. Esses signos permitiram avanços nos saberes da matemática e na linguagem, conseguindo minimizar os discursos, dizendo muitas coisas com poucos elementos. Analisando os objetos matemáticos e sua estrutura nas práticas de ensino, vemos que o discurso é construído na combinação da língua materna e dos signos específicos da matemática.

Segundo Duval, "um signo reenvia a um ou a vários outros signos aos quais ele se opõe, formando assim um sistema que determina suas possibilidades de utilização, do funcionamento, assim como as condições de interpretação" (DUVAL, 2011, p. 71). Deste modo, é essencial que, ao longo da educação escolar, os estudantes se apropriem dos signos matemáticos e tenham consciência de como utilizá-los, caso contrário, poderá ocorrer obstáculos na comunicação entre o professor e o aluno, cujo um dos objetivos é estabelecer e mediar a relação do estudante com os conteúdos matemáticos.

Para a evocação desses signos, recorremos às funções discursivas com ênfase na designação, que irá atribuir a eles a função de referenciar os objetos. Na função apofântica, por meio da operação de predicação, os signos são utilizados para compor os enunciados juntamente com a língua natural. Na expansão discursiva, principalmente formal, eles são fundamentais para a formação de proposições lógicas e argumentos de demonstração que fazem parte na natureza da atividade matemática.

A produção escrita exprime um papel determinante na comunicação dos conhecimentos matemáticos, pois é através da linguagem materna, formal e simbólica, agindo por meio das funções discursivas, que se tornam primordiais para a compreensão dos objetos.

AS FUNÇÕES DISCURSIVAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Pensando na atividade de resolver problemas e em sua importância para as aulas de matemática, buscamos refletir acerca da empregabilidade das funções discursivas na resolução de problemas, com destaque para o contexto algébrico e geométrico.

Lembramos que Duval esclarece que "as línguas naturais ou maternas, cumprem ao mesmo tempo as funções de comunicação e as demais funções cognitivas. A caracterização entre código ou registro dependerá de quais funções cognitivas estamos privilegiando" (DUVAL, 2011, p. 76).

Na geometria, por exemplo, a função referencial permite que seja possível identificarmos elementos nas figuras geométricas para a compreensão do objeto, uma vez que a imagem em si não revela todas as características e propriedades, que só serão expostas nos discursos que carregam. Sobre isso, Duval explica que "a introdução de uma figura geométrica necessariamente é discursiva" (DUVAL, 2004, p. 168). Cabe aos discursos e enunciados relacionados a essa figura o papel de dizer aquilo que está oculto, e nesse processo recorremos à operação de designação de objetos.

A teoria de Duval (2004, p. 155-183) sugere certas formas de apreensão que são necessárias para seu entendimento e para resolver problemas, a saber: a perceptiva, a operatória, a discursiva e a sequencial. Todas estas operações estão ligadas umas às outras, subordinadas entre si, cuja aplicação irá depender de cada tipo de problema.

A apreensão perceptiva está relacionada diretamente à figura e sua organização. É uma atividade imediata que ocorre quando observamos uma figura e começamos a analisá-la. A apreensão operatória, segundo Duval (2004, p. 165), é aquela que ocorre quando reorganizamos figuras para resolver algum problema e, para isso, realizamos alguns tratamentos nela. Quando fazemos uma rotação ou translação, dividimos uma figura em partes menores, realizamos uma superposição, ou ainda, fracionamos o volume de um sólido sobre outras primas menores que o compõem, estamos exercendo a apreensão operatória.

A apreensão sequencial acontece na atividade de construir uma figura ou descrevê-la, estando subordinada às outras, pois será necessário utilizar as demais apreensões para a figura ser construída. Por fim, temos a apreensão discursiva, na qual as funções discursivas estão presentes com mais evidência. Essa apreensão relaciona a linguagem natural e formal da matemática com o registro figural, promovendo uma relação direta entre o objeto, a figura e o enunciado.

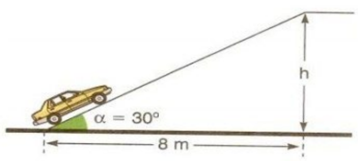
Duval (2012, p. 135) diz que a figura geométrica é fruto da associação entre as apreensões perceptiva e discursiva: devemos ver a figura a partir das hipóteses discursivas e não das características que são espontâneas pelo olhar. Ou seja, o discurso atrelado à figura contém elementos sobre o objeto que ela não mostra, fazendo da apreensão discursiva uma atividade importante para a compreensão da totalidade do objeto geométrico.

Desta forma, pensando nos atos explicativos da matemática, sempre que formos nos referir às figuras geométricas para fins de explicação ou resolução de um problema, precisaremos utilizar a designação de objetos, que irá compor nossa figura a fim de dizermos todas as propriedades que ela contém.

Em uma aula de geometria não seria possível o professor ensinar apenas com imagens, excluindo o discurso. A designação de objetos dará suporte às outras funções discursivas (apofântica e expansão), promovendo a possibilidade de comunicação do conteúdo entre o professor e o aluno.

Para compreender o uso das funções discursivas em um problema geométrico, vejamos o exemplo a seguir:

1) A rampa de acesso a um estacionamento de automóveis faz um ângulo de 30° com o solo e, ao subi-la, um carro desloca-se horizontalmente 8 m de distância, conforme o desenho.



De acordo com os dados responda:
a) Qual a altura da rampa, representada por *h* no desenho?

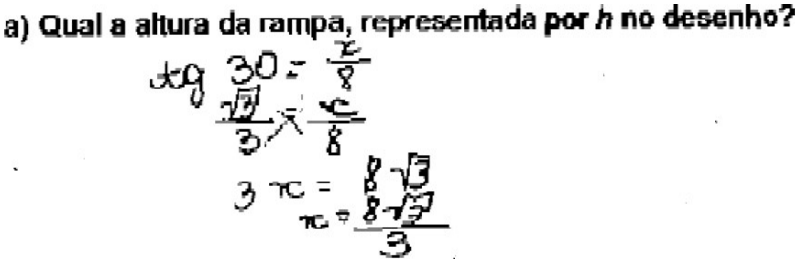
b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

Figura 2 – Exemplo de exercício de geometria

Fonte: Dionizio (2013, p. 39)

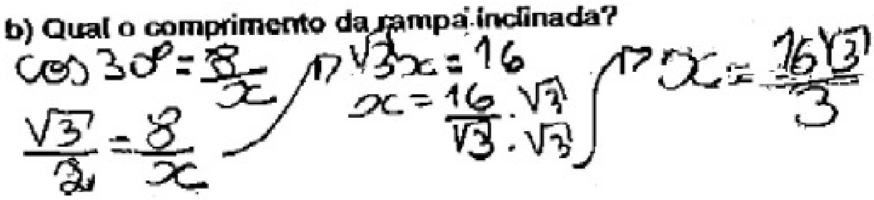
Esse estilo de exercício é recorrente nos estudos da trigonometria, de modo que propomos para análise a seguinte resolução:

Figura 3 – Resolução do item a) feita por um estudante



Fonte: Dionizio (2013, p. 39)

Figura 4 – Resolução do item b) feita por um estudante



Fonte: Dionizio (2013, p. 39)

Dionizio, Brandt e Moretti (2014), ao analisarem essa situação, identificaram as funções e operações discursivas que foram utilizadas. O primeiro ponto a observarmos é a constituição do enunciado que utiliza como sistemas semióticos a língua natural e a geométrica (figural). São necessários, para a sua composição, alguns léxicos que designam elementos como: ângulo (α), unidade de medida (m) e lado de triângulo (h).

A expansão discursiva cognitiva está presente no momento que a letra h foi designada para ser a altura, pois exigiu do aluno um outro enunciado: *o segmento que parte do vértice e* é *perpendicular ao lado oposto,* é *a altura.* Essa frase não se torna explícita na resolução do problema, mas, ao se observar a figura, é possível tecermos essa conclusão sobre a altura da figura.

A apreensão perceptiva permite destacar alguns dados importantes da questão, observando que se trata de um exercício que envolve senos, cossenos e tangentes. Além disso, a apreensão discursiva completa as informações que a figura precisar revelar para que seja possível obter a resposta.

Para resolver o problema, é preciso ter clareza das propriedades e relações da trigonometria em triângulos. Letras e números serão aplicados para designar as medidas e os cálculos. Nesse momento, o estudo está atendendo ao professor, executando o cálculo do comprimento da rampa, que seria o valor social de sua resposta, advindo da função apofântica, que também irá reconhecer um valor lógico ao final da questão.

Ao analisar o item a) da questão, notamos que o estabelecimento da expressão *tg 30° =* indica que o valor da tangente foi compreendido através de uma relação entre o cateto oposto e o adjacente. Se a expressão fosse construída de forma errônea, a expansão cognitiva apontaria erros de compreensão do objeto matemático envolvido.

Aqui também encontramos a operação de designação do tipo categorização, pois a expressão tg foi colocada para representar a tangente, indicando uma classificação do tipo de relação que ocorre. Houve a substituição da letra h por x, mostrando que o estudante sabe que é a altura que será calculada, mas usa uma redesignação para representá-la. Depois de substituir os dados na equação, a expansão do tipo formal (por substituição) é empregada para realizar o tratamento simbólico e algébrico a fim de obter o valor de x.

A resolução do item b) também traz um procedimento correto, com as designações pura e de categorização bem estabelecidas. Iremos aqui observar que as expansões cognitivas e formais também estão presentes no estabelecimento da expressão e seu cálculo.

Notemos que caso o estudante colocasse sen(30°) no lugar de cos(30°), ele teria designado incorretamente a relação trigonométrica da situação, e mesmo que suas expansões algébricas fossem corretas, o valor lógico da questão não responderia ao problema, pois não seria a altura que x representaria. E, dessa forma, o estudante revelaria a incompreensão do conceito. Ou seja, as funções discursivas podem permitir um diagnóstico do aprendizado, que é revelado pela mobilidade incorreta dessas funções na produção de discursos por parte do estudante.

Com esse exemplo, expomos a diversidade de operações discursivas explícitas e implicadas em um discurso matemático. Ao pensar que o estudante, quando realiza um problema, precisa conseguir comunicar seu pensamento ao professor, esses procedimentos são inerentes a esses processos, enquanto a linguagem estabelecida de forma correta permite a compreensão das informações entre os sujeitos.

Na álgebra, os tratamentos de seus elementos também exigem o uso das funções discursivas. As variáveis que relacionam números e letras ocorrem pelo uso da designação de objetos, quando atribuímos certos signos específicos para representá-los. Para referenciarmos o máximo divisor comum, utilizamos o léxico MDC, e ao converter a frase *o triplo de um número mais 4 é igual a 9* para a expressão *3x + 4 = 9,* estamos designando o léxico x para apontar uma incógnita.

A designação não fica restrita aos símbolos e letras, pois pode ser conduzida pela língua natural. Como já mencionado, as designações do tipo caracterização ou descrição irão se apropriar de palavras e expressões da língua materna e ressignificar esses termos aos contextos matemáticos.

Podemos analisar o seguinte enunciado: *Se uma função f admite uma inversa, então ela é do tipo bijetora*. Com a designação pura, o léxico *f* é atribuído para fazer referência à função. A operação de categorização simples incorpora a qualidade *inversa* e *bijetora* como forma de classificar a função f. E para a construção dessa sentença, fazemos uso da função apofântica através da predicação, criando uma proposição de valor lógico e epistêmico.

Podemos dizer que as diversas operações discursivas são necessárias durante as atividades e que, graças a ela, a geometria, a álgebra e outros campos conceituais da matemática podem evocar seus objetos. Além disso, destacamos que tais funções estão intrinsecamente relacionadas às práticas comunicativas na matemática, pois, para o ensino e a aprendizagem dos objetos, o professor irá utilizar esses instrumentos discursivos para mediar o acesso ao conteúdo para o estudante.

Como é possível que os sujeitos da aprendizagem externalizem seus pensamentos algébricos e quais atividades cognitivas são necessárias nessa comunicação? A resposta a pergunta volta-se às formas em que a operação de designação de objetos pode ser empregada.

De acordo com Duval (2011, p. 30), a maior dificuldade em um exercício algébrico não é a utilização das letras em si, mas as operações de designação, que ocorrem seja em língua natural ou formal. Tais designações são classificadas em alguns tipos: designação direta, indireta, funcional, descritiva, redesignação e dupla designação.

Para entendermos essas operações discursivas, vejamos o problema a seguir:

Figura 5 – Exemplo de problema algébrico

Outro exemplo: A balança a seguir só ficou equilibrada quando foi colocado o sexto cubo no prato direito.

Sabendo que cada cubo tem massa igual a 40 gramas, qual é a massa de cada copo?

Fonte: Brandt e Moretti (2018, p. 18)

No quadro a seguir, podemos ver as operações que são promovidas a partir desse enunciado para resolver o problema:

Quadro 2 – Designações algébricas a partir do problema

	Designação verbal	Dados numéricos	Redesignação verbal com a utilização de letras
	Massa dos cubos do prato do lado esquerdo e direito da balança	40	4a e 6a, sendo “a” uma redesignação da massa dos cubos
Designação indireta: descritiva ou funcional	A massa dos copos e cubos do lado esquerdo é igual à massa dos cubos do prato do lado direito	4× 40 + 4..... = 6×40 designação numérica relativa à igualdade representativa do equilíbrio da balança	160 + 4[illegible] = 240
Dupla designação de um mesmo objeto	A massa dos copos	240 – 160 = 80	6a – 4a = 4b

Fonte: Brandt e Moretti (2018, p. 18)

A designação direta consiste em utilizar um número, letra ou palavra (designação verbal), para referenciar o objeto de uma forma abreviada, por exemplo, quando uma letra é atribuída para representar uma variável. No caso da indireta, requer construir uma expressão composta com outros termos de ligação e pequenas descrições, que geralmente ocorrem de forma descritiva ou funcional.

Na designação funcional, existe uma relação numérica envolvida, como no exemplo do Quadro 2, em que temos a forma descritiva que estabelece uma relação de igualdade entre os lados da balança, seja por meio escrito ou numérico. Duval (2015, p. 59) fala das dificuldades em relação à designação funcional, quando diz que “a dificuldade não é utilizar uma letra para redesignar a incógnita, já designada no enunciado, mas usar uma segunda vez essa letra para designar outro dado”, visto que a mesma letra usada para designar um objeto será reutilizada para representar outro.

A operação de redesignação acontece quando um objeto foi designado e quando, em seguida, ocorre a realização de outra designação a partir da primeira. Quando uma expressão verbal designa um objeto advindo de um enunciado e depois essa expressão é convertida em uma letra, por exemplo, efetuamos o processo de redesignação.

A dupla designação é caracterizada pela atividade de reconhecer duas diferentes formas de designar um mesmo objeto, como no exemplo do Quadro 2, em que a dupla designação exigiu uma equação onde as letras *a* e *b* foram designadas juntamente para compor a ideia de igualdade necessária. Essas atividades cognitivas fazem parte do caminho para resolver o problema da Figura 4 e revelam se o estudante tem o pensamento algébrico necessário para isso.

Apesar das diversas classificações das funções, em geral, elas atuam muito próximas dos discursos e das resoluções de exercício. Sobre a importância dessas operações na resolução de problemas, Duval explica que:

> as "informações pertinentes" em um enunciado de problema são sempre o resultado do cruzamento das designações de dois objetos que surgem das duas dimensões semanticamente diferentes. Em outros termos, se lemos um enunciado de um problema como lemos outros textos fora da matemática, teremos poucas chances de compreender. É preciso, ao contrário, converter o enunciado linear do texto em uma organização bidimensional dos objetos designados no texto (DUVAL, 2015, p. 81).

Brandt, Moretti, Scheifer e Dionizio (2018) exploram essas designações através de exercícios algébricos e dizem que essas formas diferentes da designação demandam atividades cognitivas nem sempre espontâneas, e que essas percepções entre números e operações, bem como suas relações estabelecidas, precisam ser externalizadas por um registro de representação. Por isso, o pensamento algébrico só admite valor social, lógico e epistêmico quando é comunicado através da linguagem escrita e quando suas funções discursivas se tornam bem declaradas. Isso porque, Duval (2004; 2011) diz que nas produções orais temos a perda da complexidade dessas operações cognitivas, que são importantes para alcançar a objetivação do conceito matemático.

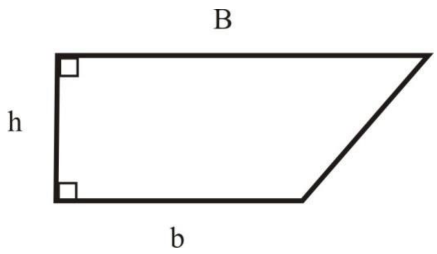
CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a presente pesquisa, destacamos o papel motor das funções discursivas no âmbito da linguagem matemática na aprendizagem de seus objetos de ensino. A língua é indispensável para que haja a comunicação entre os sujeitos, mas que, no contexto da aprendizagem matemática (ou mesmo de outra disciplina), somente a comunicação não é capaz de cumprir todas as funções necessárias para essa aprendizagem. Apresentamos as funções discursivas e metadiscursivas, desenvolvidas no âmbito da Teoria dos Registros de Representação Semióticas por Duval (2004), em situações de proposta de ensino e aprendizagem presentes na matemática, exatamente para contribuir com a compreensão do papel relevante que desempenham.

As discussões que apresentamos dão destaque à função referencial em que a operação de designação de objetos se mostra bastante presente nas atividades de ensino e aprendizagem de matemática. A operação de designar é a forma com que a função referencial age no discurso matemático para extrair elementos essenciais na resolução de problemas: é o caso, por exemplo, dos problemas aditivos de Vernaud (1990), em que o estudante deverá buscar, na formulação discursiva do problema, os valores e a operação aditiva adequada. A designação se faz presente também em problemas de geometria. Vejamos o problema a seguir:

Estabelecer a fórmula da área do trapézio a seguir:

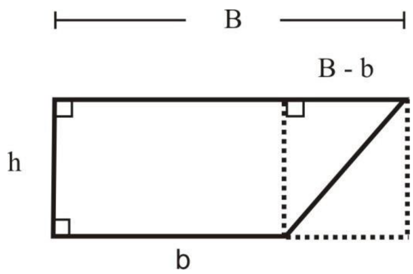
Figura 6 – Problema de geometria que destaca a operação de designação



Fonte: Brandt e Moretti (2015, p. 607 – 608)

Modificações nesta figura, e que levam à Figura 6 a seguir, nos permitem obter a fórmula para o cálculo da área desse trapézio:

Figura 7 – Modificação da Figura 6 para a obtenção da fórmula da área do trapézio



Fonte: Moretti e Brandt (607 – 608)

O trapézio, agora modificado, como consta na Figura 6, pode ser visto como a composição de dois retângulos. Para a obtenção da fórmula da área, alguns passos foram fundamentais: a **modificação da figura** (apreensão operatória) que leva à **identificação** das subfiguras e à **designação** das arestas. Com isso produzido, a área A pode ser calculada como a soma das áreas do retângulo de dimensões designadas por b eh e da semiárea do retângulo de dimensões designadas por B - b e h, o que nos leva à fórmula da área do trapézio: A = bh + = .

Na geometria, em muitos problemas, somente o primeiro olhar da apreensão perceptiva não é capaz de produzir todos os significados de uma imagem e, deste modo, caberá à apreensão discursiva produzir essa complementação. A figura sozinha deixa lacunas informativas que são preenchidas com os elementos discursivos, designados e categorizados na formulação do problema. No exercício da Figura 2, será preciso extrair da formulação do problema o pedido de cálculo da altura já designada h e do comprimento não designado da rampa: esses elementos não estão presentes na figura como questões a serem respondidas.

A função apofântica nos permite ver que, na formulação de uma frase de um aluno, há um enunciado completo no sentido que Duval (2004, p. 105) admite que seja completo, ou seja, que se possa extrair da frase o seu valor lógico, epistêmico ou social. Em um contexto teórico, buscamos nos valores epistêmicos e lógicos aqueles que permitem dar a uma frase a sua completitude, que fornecerá a base da expansão do discurso na aprendizagem matemática. É o caso, por exemplo, bastante claro, das demonstrações de teoremas, em que afirmações se juntam para formar uma nova afirmação até alcançar a aprovação da tese.

Na esfera da resolução de problemas, várias funções estão presentes ao mesmo tempo, tendo como destaque a expansão discursiva. As formas como essa função é empregada diferem dependendo do tipo de problema e do nível de dificuldade, sendo ela a responsável por ampliar e proporcionar o desdobramento das proposições, revelando novas informações a partir de outras com o uso das suas diferentes formas (lexical, cognitiva, natural e formal). Essa função de expansão é um dos elementos que fundamenta muitas ideias de aprendizagem, em particular, o caso do "Jogo de quadros e dialética instrumento/objeto", desenvolvido por Douady (1986).

O diagnóstico do êxito ou da dificuldade no uso dessas funções da língua tem potencial avaliativo, uma vez que, se o professor tiver consciência de sua aplicabilidade, poderá inferir quais aspectos do conteúdo o estudante apresenta dificuldade, sendo que essa análise do discurso passa a ser um instrumento importante do olhar do professor no processo de aprendizagem. Vale lembrar que essas funções não são espontâneas, por isso, é preciso que o professor as compreenda e tenha consciência de que permeiam a aprendizagem matemática. Esse é um passo importante no âmbito da didática da matemática que precisa ser mais explorado.

REFERÊNCIAS

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Reserches em Didactique des Mathématiques,** 7(2), 33-116, 1986.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BRANDT, Célia F.; MORETTI, Méricles T.; BASSOI, Tânia S. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 2, p. 479-503, 2014.

BRANDT, Celia F.; MORETTI, Méricles T.; SCHEIFER, Carine; DIONIZIO, Fátima A. Q. A importancia da função discursiva de designações de relações algébricas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n.1, p. 182-198, 2018. DOI:10.23925/1983-3156.2018v20i1p182-198

BRANDT, Celia F.; MORETTI, Méricles T. Aprendizagem da álgebra segundo Raymund Duval. **Revista Brasileira de Educação em Ciencias e Educação Matemática**, Cascavel, v. 2, n. 1, p. 1-26, 2018. DOI:10.33238/ReBECEM.2018.v.2.n.1.19419

DIONIZIO, Fátima A. Q. **Conhecimentos docentes:** uma análise dos discursos de professores que ensinam matemática. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2013.

DIONIZIO, Fátima A. Q.; BRANDT, Célia F.; MORETTI, Méricles T. Emprego das Funções Discursivas da Linguagem na Compreensão de Erros de Alunos em uma Atividade que Envolve Noções de Trigonometria**. Perspectivas da Educação Matemática,** v. 7, n. 1, p. 513-553, 2014. Número temático. Disponível em: www.edumat.ufms.br. Acesso em: 11 set. 2020.

DOUADY, R. Jeux de Cadres et Dialectique Outil-Objet. **Recherches en Didactique dês Mathématiques (RDM)**, vol. 7.2, p. 5-31, 1986.

DUVAL, Raymond. Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004. Trad. de Myriam Vega Restrepo.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011. Trad. de Marlene Alves Dias.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. **Revista Eletronica de Educação Matemática**, v. 7, n. 1, p. 118-138, (2012). DOI: 10.5007/1981-1322.2012v7n1p118

DUVAL, R.; CAMPOS, T.; BARROS, L.; DIAS, M. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** introduzir a álgebra no ensino: Qual o objetivo e como fazer isso? São Paulo: PROEM, 2015. Trad. de Marlene Alves Dias.

PONTES, H. M. S.; BRANDT, C. F.; NUNES, A. L. R. O estado da arte da teoria dos regitros de representação semiótica na educação matemática. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 1, 2017.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências:** A Teoria da Aprendizagem Significativa. Porto Alegre: [s.n.], 2009.

MORETTI, Méricles T.; BRANDT, Celia F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 17, n. 3, 2015.

SAUSSURE, F. **Curso de lingüística geral**. São Paulo: Cultrix, 1969.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 10, n. 23, 1990.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** Trad. de José Cipolla Neto *et al.* São Paulo: Livraria Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Trad. de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.