

CRIATIVIDADE MATEMÁTICA EM RESOLUÇÕES DE SITUAÇÕES-PROBLEMA DE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

DOI: <https://doi.org/10.29327/2283071.11.1-1>

MATHEMATICAL CREATIVITY IN SOLUTIONS OF MULTIPLICATIVE COMPARISON SITUATIONS

Luana Cerqueira de Almeida¹

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana²

RESUMO

Este estudo teve como objetivo analisar as resoluções apresentadas por estudantes do 9º ano do ensino fundamental às situações-problema de comparação multiplicativa elaboradas à luz da criatividade matemática. Para tanto, apoiamos-nos na Teoria dos Campos Conceituais, especificamente sobre a Comparação Multiplicativa e nos preceitos da Criatividade Matemática. O estudo foi desenvolvido com oito estudantes de uma escola pública do Brasil. Para a produção de dados trabalhamos com uma sequência de ensino contendo nove situações-problema do eixo Comparação Multiplicativa, mas, neste trabalho, analisamos as soluções dadas pelos estudantes em quatro dessas situações, em que especificamente duas são da classe referido e duas da classe referente. Os resultados apontaram que os estudantes apresentaram maior quantidade de soluções em situações cujo referido é o elemento desconhecido. Além disso, no que diz respeito às dimensões da criatividade em matemática, a fluência é a dimensão em que mais se destaca quando comparada com a flexibilidade e originalidade.

Palavras-chave: Comparação Multiplicativa; Criatividade Matemática; Sequência de Ensino; Fluência.

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the resolutions presented by students of the 9th grade to the problem situations of multiplicative comparison elaborated based on mathematical creativity. For this, we rely on Conceptual Field Theory, specifically in Multiplicative Comparison and precepts of Mathematical Creativity. The study involved with eight students from Brazilian's public school. The data were collected from a teaching sequence containing nine problem situations about Multiplicative Comparison, but in this study, we will analyze the resolutions given by the students in four of these situations, in which two are of the referred class and two of the referring class. Results show that students present a greater amount of solutions to situations in which the unknown element is the referred one. In addition, about the dimensions of creativity in mathematics, fluency is the dimension that stands out the most when compared to the flexibility and originality.

Keywords: Multiplicative Comparison; Mathematical Creativity; Sequence of Teaching; Fluency.

1 Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) - 2021m0131@uesb.edu.br

2 Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) - eurivalda@uesc.br



INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que situações-problema de Comparação Multiplicativa sejam trabalhadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), essas orientações também são dadas pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Com esses nortes, espera-se que ao fim do Ensino Fundamental os estudantes compreendam e solucionem esse tipo de situação. Contudo, estudos realizados por Gitirana et al. (2014), Pereira (2015) nos estados de São Paulo e Bahia, apontam que estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental apresentam dificuldades ao resolverem situações-problema de Comparação Multiplicativa envolvendo as expressões “vezes mais” e “vezes menos”. O que pode ser corroborado com os índices do Ideb que, na Bahia, no que diz respeito à aprendizagem de Matemática dos estudantes do 9º ano em 2021 é 4.8, não atingindo a meta estabelecida para este ano escolar desde 2011.

Acreditamos que, para alterar esse cenário é preciso identificar opções didático-metodológicas que possibilitem o estudante compreender as situações, as relações envolvidas e, ser motivado a explorar diversos aspectos da situação de modo que apresentem uma diversidade de maneiras de resolvê-las. Segundo os resultados dos estudos de Vale (2012, 2015) o ensino usando a vertente da Criatividade Matemática pode se configurar numa opção didático-metodológica que oportunize essa motivação e conseqüentemente facilitar a aprendizagem do estudante. É possível que, ao explorar as situações-problema, os estudantes possam desenvolver suas habilidades matemáticas, podendo vir a compreender o conceito. Diante disso, com esse estudo, temos como questão de pesquisa como são as resoluções apresentadas por estudantes do 9º ano do ensino fundamental às situações-problema de comparação multiplicativa elaboradas à luz da criatividade matemática. Buscando responder à questão de pesquisa temos como objetivo analisar as resoluções apresentadas por estudantes do 9º ano às situações-problema de comparação multiplicativa elaboradas à luz da criatividade matemática.

CRIATIVIDADE MATEMÁTICA

O ato de criar é nato do ser humano. Podemos observar isso em ações que, em geral, acontecem no percurso do crescimento de um indivíduo como, por exemplo, quando criança, cria-se um brinquedo com os materiais que se tem, gera-se uma nova brincadeira, tem-se amigos imaginários. Quando adolescente, cria-se novos penteados, novos estilos, quando adulto, cria-se uma nova receita, uma decoração. Para Cavalcanti (2006, p. 90) “a capacidade de criar é inerente ao ser humano, consolidando-se desde a produção de bens materiais até aos anseios poéticos que permitem atingir a transcendência”. Mas, o que de fato é criar?

Ainda de acordo com Cavalcanti (2006 p. 90), tem-se que a etimologia da palavra criar “vem do verbo *creare* que quer dizer originar, gerar, formar. Portanto, a palavra tem na sua raiz a dimensão de nascimento e transformação”. Quem cria, não muda apenas o estado de algo que existe no imaginário, mas também do que existe concretamente e precisa ser modelado.

Ao ato de criar, dar-se o nome de criatividade. Essa é uma ação que o ser humano desenvolve mesmo sem ter consciência. No entanto, ser ou não criativo na maioria das vezes está relacionado ao que o outro diz a respeito da criação que você desenvolve, por exemplo, quando um grupo de crianças cria uma nova brincadeira, essa pode ser criativa para algumas crianças daquele grupo, mas não para outras.



De acordo com os PCN (BRASIL, 1998) a criatividade vem sendo exigida pela sociedade, que precisa cada vez mais de pessoas inovadoras que busquem solucionar os problemas encontrados em casa, na escola, no trabalho, ou no seu dia a dia, da melhor forma possível. A BNCC (BRASIL, 2018) trás a criatividade como elemento de uma das competências gerais da Educação Básica.

A esse respeito, Conway (1999) diz que um importante aspecto de mudança que precisa ser feita para ajudar nossos alunos a sobreviverem no século XXI envolve a capacidade deles de pensar criativamente para resolver problemas. Diante dessas necessidades, não cabe solicitar aos alunos respostas engessadas por apenas um método de resolução. É preciso possibilitá-los encontrar suas próprias maneiras de solucionar os problemas, pensando em maneiras diversificadas, buscando maneiras mais simples. Para que essas resoluções sejam possíveis, Gontijo (2007) ressalta:

[...] que o emprego destas atividades não garante por si só o desenvolvimento da criatividade, sendo necessário criar um ambiente de confiança e de aceitação de idéias para que os alunos se sintam motivados a se envolverem com as tarefas propostas (GONTIJO, 2007 p. 74).

A motivação é elemento fundamental no processo criativo em sala de aula. Sendo necessário, além da elaboração das situações-problema propostas de forma que possibilite que a criatividade aconteça, o ambiente também precisa propiciar que esse indivíduo se sinta motivado a resolver a situação-problema de forma criativa.

A motivação depende de vários fatores, aos quais nem sempre é possível garantir que o sujeito estará motivado apenas diante dos fatores externos que a possibilite. Mas, mesmo diante dessa incerteza é preciso que as condições estejam favoráveis, um desses fatores é o tipo de situações-problema propostos. De acordo com Vale (2012, p. 184) “as tarefas utilizadas na sala de aula são o ponto de partida para a actividade matemática dos alunos que irão exercer uma grande influência no que os alunos aprendem”. A esse respeito, Gontijo (2007) comenta que:

Os problemas, para que possam motivar o aluno e despertar sua criatividade, não podem se caracterizar como aplicação direta de algum algoritmo ou fórmula, mas devem envolver invenção e/ou criação de alguma estratégia particular de resolução, pois essa competência não se desenvolve quando são propostos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos (GONTIJO, 2007 p. 58).

Estando essas situações-problema e o ambiente propício para que a criatividade aconteça, essa tem início quando o indivíduo depara-se com uma situação-problema a qual se sinta motivado a resolver. Mas, o que vem a ser essa criatividade?

Segundo Silver (1997) a criatividade não está na situação-problema em si, mas na interação do sujeito com essa, buscando resolvê-la. É ao pensar em como responder e de quais formas responder a situação-problema que se encontra a criatividade.

Torre (2009) entende criatividade como sendo “o potencial humano para gerar ideias novas, buscando a melhora dentro de um marco de valores” (TORRE, 2009 p. 57). Nesse contexto, esse autor comenta que a criatividade não é algo exclusivo do indivíduo, mas também das organizações, comunidades, povos e culturas. Acontecendo onde há condições propícias.

Para Torre (2009, p. 56) “a criatividade de um povo depende da criatividade de seus indivíduos, do mesmo modo que as escolas que aprendem”. Potencializemos então, essa criatividade em contextos escolares, por exemplo, no ensino de matemática, como sugere Silver (1997) ao pontuar que embora a criatividade



muitas vezes seja vista como associada a “gênio” ou habilidade excepcional, ao em vez disso, ela pode ser produtiva para educadores matemáticos para ver a criatividade como uma orientação ou disposição para a atividade matemática.

Buscando desenvolver, nesse indivíduo, as competências necessárias por essa sociedade repleta de exigências, acreditamos que o ambiente escolar precisa ser um local onde possibilite essas vivências. De acordo com Silver (1997):

Atividade criativa resulta de uma inclinação para pensar e se comportar de forma criativa. Esta visão emergente de criatividade fornece uma base muito mais forte sobre a qual construir aplicações educacionais. Na verdade, essa visão sugere que a instrução enriquecida com a criatividade pode ser apropriada para uma ampla gama de estudantes, e não apenas alguns excepcionais indivíduos (SILVER, 1997 p. 76, tradução nossa).

Nota-se que a criatividade não pode ser vista como uma atividade a ser desenvolvida com apenas alguns indivíduos ditos excepcionais (AMARAL, CARREIRA, 2017). Ela pode ser trabalhada no contexto escolar de forma que possibilite a vivência dos estudantes desde que o ambiente e as atividades propostas deem condições para que seja possível que ela aconteça. Ou seja, é preciso levar em consideração a diversidade que uma sala de aula possui e a partir disso, elaborar atividades que contemplem todos os estudantes, porque como dissemos anteriormente, a criatividade é algo intrínseco de todo ser humano.

Nesse contexto escolar, de acordo com Vale (2015), sobre a criatividade “pode-se afirmar que começa com a curiosidade e envolve os estudantes na exploração e experimentação com base na sua imaginação e originalidade” (VALE, 2015, p. 41). Mas, o que vem a ser a criatividade matemática?

Alguns autores (SILVER, 1997; GONTIJO, 2007; PINHEIRO, 2012; VALE, 2015) que discutem a criatividade matemática, a tem apresentado a partir do trabalho com resolução e formulação de situações-problema. Esses autores apresentam processos que possibilitam a avaliação da criatividade matemática em sala de aula e, a assumiremos

[...] criatividade em Matemática como a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (GONTIJO, 2007, p. 37).

Essas características apresentadas por Gontijo, a nosso ver, podem ser associadas às dimensões da criatividade matemática: *fluência*, *flexibilidade* e *originalidade*.

A diversidade de resoluções apropriadas para uma situação-problema está relacionada com a *fluência*. Focalizar aspectos distintos ou formas diferenciadas de resolver, relaciona-se com a *flexibilidade* e as formas incomuns à *originalidade*.

Assim, quando a criatividade matemática é desenvolvida e explorada na sala de aula ela precisa estar baseada nas suas três principais dimensões, a saber: *fluência*, *flexibilidade* e *originalidade* (SILVER, 1997; CONWAY, 1999). Essas dimensões são componentes do Teste Torrance de Pensamento Criativo (TTPC) que tem sido frequentemente utilizado para avaliar o pensamento criativo de crianças e adultos, e após vários anos de investigação ele vem sendo um detector da produção criativa (SILVER, 1997).

Segundo Vale (2015 p. 10) “a *fluência* é a capacidade de produzir um grande número de resoluções para a mesma tarefa”. Pode ser medida a partir da quantidade de formas corretas que o estudante soluciona à situação-problema. Ao explorar uma situação-problema o estudante pode pensar em várias formas de resolvê-la (SILVER, 1997).



A outra dimensão a qual nos referimos é a *flexibilidade*, de acordo com Vale (2015 p.10), “é a capacidade para pensar de modos diferentes, para produzir uma variedade de ideias diferentes sobre o mesmo problema [...]”. É mudar a abordagem da resposta, ter mudanças de estratégias, apresentando outras formas de responder, buscando a resposta mais adequada. A *flexibilidade* “pode ser medida pelo número de diferentes modos de produção de respostas na resolução de um problema, organizados em diversas categorias (VALE, 2015, p. 10)”. Para medi-la é preciso identificar as diferentes formas de pensar do estudante, para tanto, é preciso organizar as resoluções em categorias e contar o número de categorias em que os estudantes apresentaram ao menos uma resposta correta (CONWAY, 1999).

A *originalidade* é a capacidade de um estudante pensar de forma diferente dos demais, pensar de forma não usual (SILVER, 1997). Para esse autor, ela está associada à quão rara a resolução está no conjunto de respostas abordadas. Ao analisar as resoluções já elaboradas e pensar em uma nova forma de resolver diferente das demais e possivelmente diferente das do grupo de estudantes, este estará sendo original. Para Vale (2015) a originalidade não pode ser confundida com algo novo. A originalidade refere-se ao diferente do normal. Ela pode ser medida ao identificar a resposta correta e que esteja fora do comum, em relação ao grupo.

Ao solucionar uma situação-problema e repensar essa solução buscando apresentar uma nova forma ou um raciocínio diferente para resolvê-la o estudante poderá vivenciá-la, experimentá-la, interpretá-la e fomentar hipóteses sobre como resolver a situação. O que pode auxiliar o estudante a mobilizar os diferentes conceitos envolvidos numa situação e até mesmo mobilizar outros conceitos de um mesmo campo conceitual ou de diferentes campos conceituais.

Segundo Silver (1997) os critérios para avaliar a criatividade matemática estão bem determinados, possibilita o estudante desenvolver pensamentos criativos. Portanto, todo indivíduo tem a capacidade de ser criativo, o que se faz necessário é dar condições para que essa criatividade seja despertada.

COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

Neste estudo analisaremos as resoluções dos estudantes dadas a situações-problema que deem sentido ao conceito de Comparação Multiplicativa. Diante disso, apresentamos a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) do pesquisador Gérard Vergnaud, visto que nos propusemos a realizar uma intervenção de ensino para trabalhar tal conceito. Salientamos que a análise terá como foco a criatividade matemática, mas se faz necessário explicar a TCC buscando situar nosso objeto de estudo.

De acordo com Vergnaud (1996) a compreensão de um conceito acontece por meio de uma variedade de situações e essas, por sua vez, se constituem com mais de um conceito. Sendo assim, não faz sentido trabalhar apenas um conceito, mas, um Campo Conceitual.

Um Campo Conceitual “é um conjunto de problemas e situações para o tratamento necessário de conceitos, procedimentos e representações de diferentes tipos, mas estritamente interligados”³ (VERGNAUD, 1983, p. 127, tradução nossa). Uma situação envolve vários conceitos e, para o estudante se apropriar de um conceito é necessário que seja confrontado com uma variedade de situações que dão sentido ao conceito. Isso implica em apropriação de grupo de conceitos e, não apenas, de um único conceito (VERGNAUD, 1994, 1996, 2009). O que justifica a existência de Campos Conceituais.

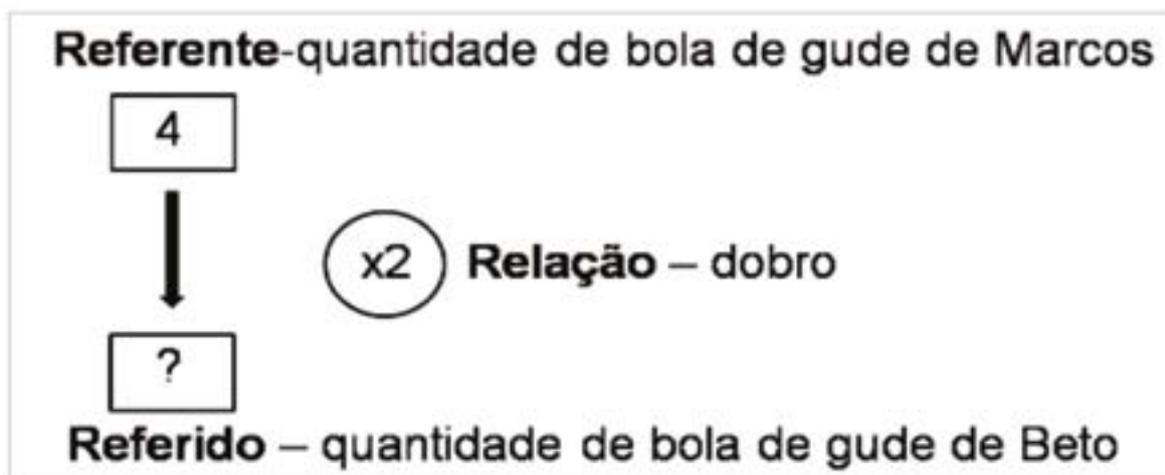
3 a conceptual field is a set of problems and situations for the treatment of which concepts, procedures, and representations of different but narrowly interconnected types are necessary (VERGNAUD, 1983 p. 127).

Nesse estudo focamos no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas que discute situações-problema que requerem para a sua solução a operação de multiplicação, divisão ou a combinação de ambas, por exemplo, *Marcos tem quatro bolas de gude e seu amigo Beto tem o dobro de sua quantidade. Quantas bolas de gude Beto tem?* Essa situação-problema é uma relação ternária, eixo Comparação Multiplicativa. Fazem parte dessa relação as situações-problema que envolve três elementos que se relacionam entre si.

A Comparação Multiplicativa, como o próprio nome indica, são situações-problema que comparam quantidades de mesma grandeza. Estamos considerando grandeza, segundo Lima (2016 p. 47), “como tudo aquilo que pode ser contado ou medido e está, diretamente, relacionada ao objeto e assim estabelecer comparações”. Dentre as situações-problema discutidas nesse eixo temos como elemento desconhecido a relação, o referente ou o referido.

A relação tem a função de transformar uma medida. Essas medidas são denominadas de referente ou referido. O referente, como o nome indica, é a medida a qual é tomada como referência no momento da transformação. O referido é a medida que se obtêm após a transformação desse referente. No exemplo apresentado anteriormente, em que se trata da quantidade de bolas de gude dos amigos Marcos e Beto, a relação é o dobro, o referente é a quantidade de bolas de gude de Marcos (quatro) e o referido é a quantidade de bolas de gude de Beto. O esquema a seguir mostra uma possível forma de resolução.

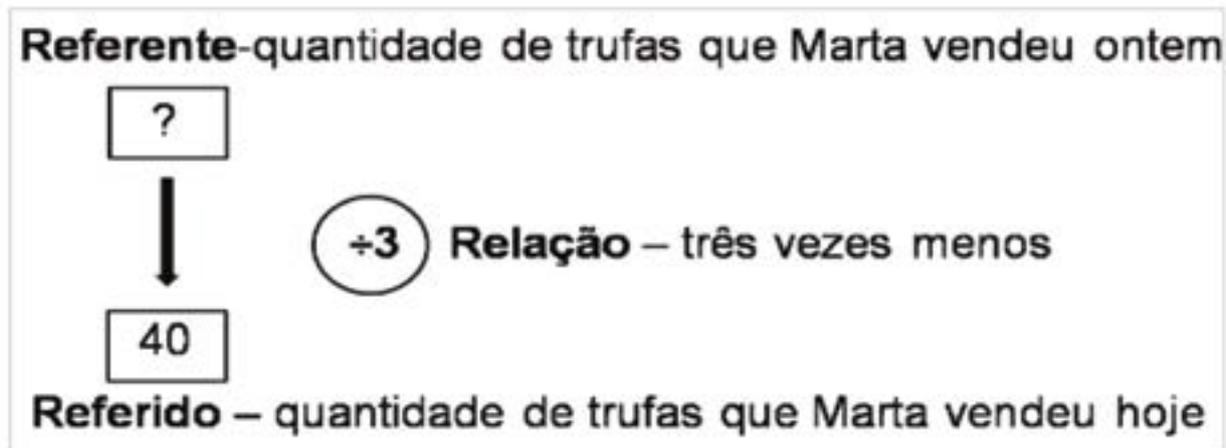
Figura I – Exemplo de situação cujo referido é desconhecido e operação requerida é a divisão



Fonte: Elaborada pelas autoras.

O Exemplo 1, a seguir, apresenta o referente como elemento desconhecido e é esse tipo de situação que abordaremos nesse estudo.

Exemplo 1: Hoje Marta vendeu três vezes menos trufas que ontem. Hoje ela vendeu 40 trufas. Quantas trufas ela vendeu ontem?

Figura II – Exemplo de situação cujo referente é desconhecido e operação requerida é a multiplicação

Fonte: Elaborada pelas autoras.

No exemplo 1 é apresentado o referido (quantidade de trufas que Marta vendeu hoje), a relação (três vezes menos) e é solicitado o referente (quantidade de trufas que Marta vendeu ontem).

METODOLOGIA E CONTEXTO

Nosso estudo é de caráter qualitativo. Buscamos, com ele, analisar as resoluções apresentadas pelos estudantes e interpretá-las. O método descritivo objetiva fazer “[...] a descrição das características de determinada população ou fenômeno” (GIL, 2002, p. 42). E, o método interpretativo requer “habilidades de observação, comparação, contraste e reflexões que todo humano possui” (ERICKSON, 1986, p. 157). Essas resoluções foram coletadas em sala de aula, por meio da escrita dos estudantes e observações da pesquisadora. Além disso, fizemos gravações dos encontros com o objetivo de identificar os raciocínios dos estudantes por meio das falas.

O projeto vinculado a esta pesquisa foi aprovado pelo CONCEP sob parecer nº 1.556.116. Participaram desse estudo oito estudantes voluntários do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no sul da Bahia. Desenvolvemos uma sequência de ensino contendo nove situações-problema de comparação multiplicativa, dentre essas, uma era de formulação de situações-problemas. As situações foram trabalhadas durante quatro encontros de 1 hora e 40 minutos cada. Nos encontros, as situações foram apresentadas na seguinte ordem: (1) referido desconhecido; (2) referente desconhecido e (3) relação desconhecida. Nesse estudo versaremos sobre quatro situações das quais, duas o referido é o elemento desconhecido e duas o referente é o elemento desconhecido.

A sequência foi desenvolvida pela pesquisadora e acompanhada pela professora da turma, com os estudantes em duplas, com a seguinte dinâmica: (1) os estudantes foram convidados a resolverem as situações-problema com o máximo de formas possíveis; (2) durante esse processo a pesquisadora observava as duplas e fazia alguns questionamentos de forma que os incentivassem a buscarem mais maneiras de resolver; (3) os estudantes apresentavam na lousa as resoluções realizadas; (4) a pesquisadora mediava, buscando identificar se os demais estudantes concordavam com as resoluções apresentadas e, (5) a pesquisadora em discussão com os estudantes sistematizavam as resoluções.

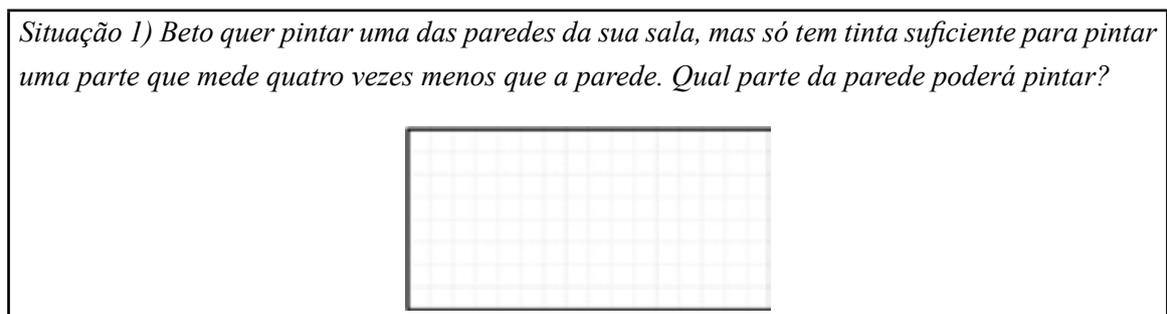
Para analisar os dados buscamos identificar as resoluções dadas pelos estudantes às situações. Os nomes usados para identificar os estudantes são fictícios. Para tanto, elencamos categorias para cada situação-problema de forma que nos dessem condições de mensurar as dimensões da criatividade matemática. Essas categorias foram pensadas previamente pelas pesquisadoras e complementadas a partir das resoluções dos estudantes. O enunciado das situações-problema bem como as categorias serão apresentadas na seção seguinte.

PRINCIPAIS RESULTADOS

Baseadas nas ideias de Conway (1999) e Silver (1997) acerca das três dimensões da criatividade (fluência, flexibilidade e originalidade), buscamos analisar as resoluções apresentadas pelos estudantes. Lembramos que a fluência diz respeito a quantidade de resoluções corretas apresentadas pelos estudantes; a flexibilidade se refere a quantidade de resoluções que apresentam diferentes raciocínios e a originalidade diz respeito as resoluções pouco comum no contexto da turma.

Além disso, como discutido anteriormente, para mensurar a flexibilidade é necessário elencar categorias. Dessa forma, apresentaremos a seguir as quatro situações-problema analisadas neste estudo, bem como as categorias da flexibilidade.

Figura III – Situação cujo referido é desconhecido e operação requerida é a divisão



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Essa situação tem o referido como elemento desconhecido e para sua solução é esperado o uso da operação de divisão.

O Quadro I, apresenta as categorias para analisar a flexibilidade nas resoluções da Situação 1.



Quadro I - Categorias da situação 1

Categoria	Exemplo
(1) divisão da imagem na vertical	
(2) divisão da imagem na horizontal	
(3) divisão da imagem na vertical e horizontal	
(4) divisão da imagem na diagonal	
(5) divisão da imagem em triângulos congruentes.	
(6) divisão da imagem em mais de quatro partes	
(7) pensamento algébrico (uso de divisão ou multiplicação)	$\frac{x}{4} \text{ m}^2$

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Todas as duplas conseguiram solucionar a situação, apresentando mais de uma maneira correta.

A Tabela I apresenta a categorização das duplas à Situação 1 em termos das dimensões da criatividade matemática.

Tabela I - Categorização da Situação 1

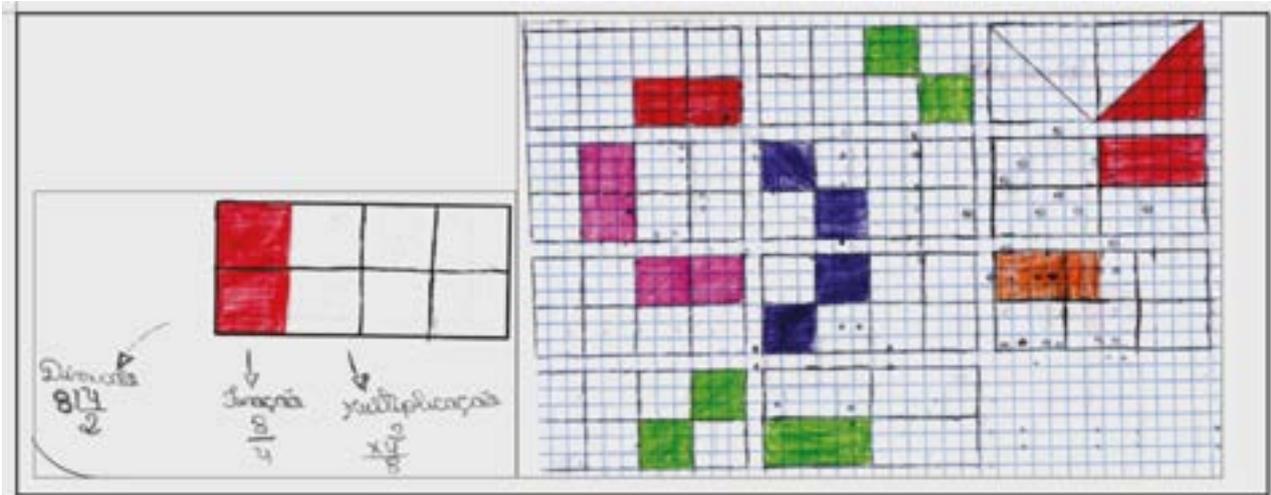
	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
Dupla Alex e Ruy	3	1	0
Dupla Enzo e Iris	15	4	2
Dupla Igor e Toni	7	3	1
Dupla Lori e Ana	8	4	1

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

De modo geral, as duplas, em nível de fluência, elaboraram de 3 a 15 resoluções corretas; em nível de flexibilidade, de 1 a 4, com diferentes raciocínios e, em nível de originalidade, variou de nenhuma a duas resoluções originais. Observa-se que, mesmo encontrando a maior quantidade de resoluções fluentes, a Dupla Enzo e Iris, em termos de flexibilidade (diferentes raciocínios), apresentou a mesma quantidade que a Dupla Lori e Ana.

Apresentaremos, na Figura IV, as resoluções da Dupla Enzo e Iris, que realizou 15 resoluções à situação.

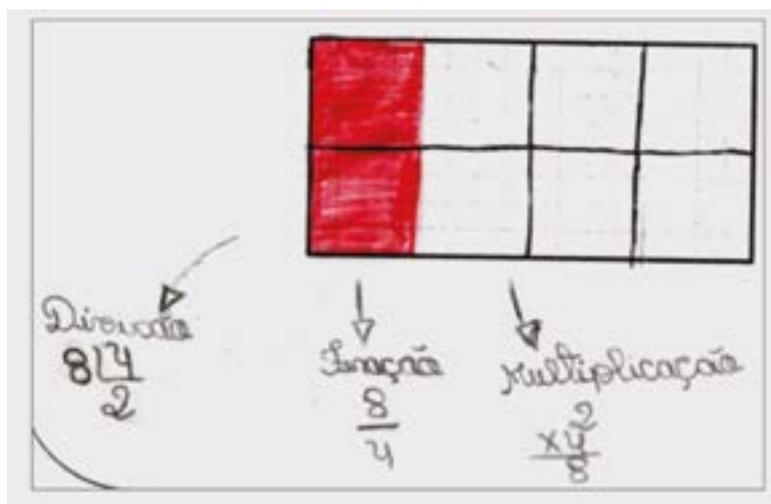
Figura IV– Resoluções da Dupla Enzo e Iris à Situação 1



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Como é possível observar, a Dupla Enzo e Iris fez uso de diferentes representações. Em termos de flexibilidade apresentou quatro tipos de raciocínios, a saber: uso das operações de divisão e multiplicação; divisão da figura em mais de quatro partes; divisão da imagem na vertical e horizontal e divisão da imagem em triângulos congruentes. No que diz respeito a originalidade, no contexto da turma, as resoluções apresentadas na Figura V **são originais**.

Figura V - Resoluções originais da Dupla Enzo e Iris à Situação 1

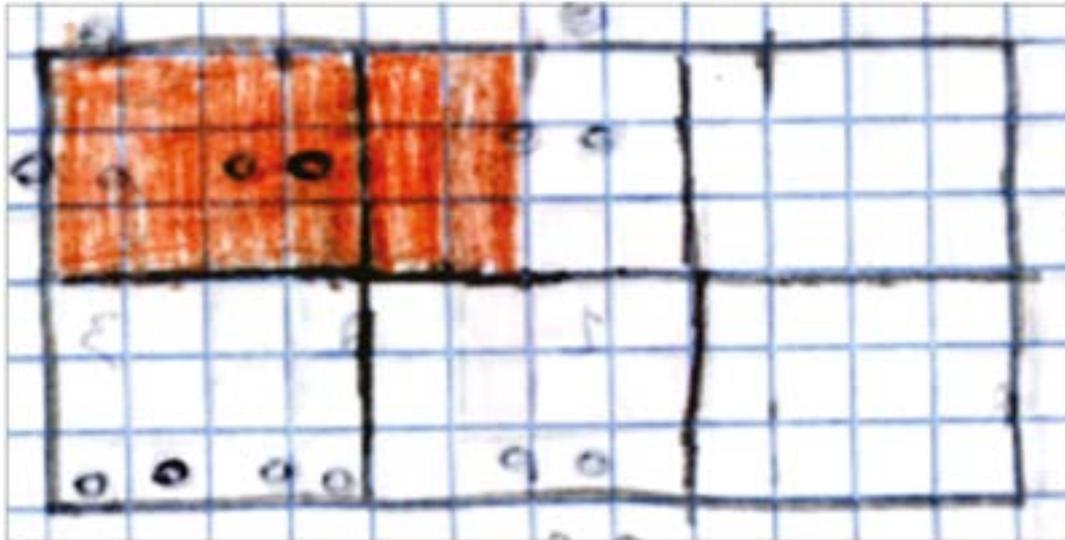


Fonte: Dados da pesquisa (2016).

As resoluções que fizeram uso das operações de divisão e multiplicação foram apresentadas apenas por essa dupla e as resoluções com divisão da imagem em mais de quatro partes foi apresentada por apenas duas duplas. Dessa forma, a Dupla Enzo e Iris apresentou duas resoluções originais, no contexto da turma.

Após os estudantes terminarem de responder as situações pedimos para que eles socializarem com os demais colegas a forma que solucionaram. Dentre outras duplas e outras resoluções, a Dupla Enzo e Iris apresentou, na lousa, a resolução em que dividiu o retângulo em seis partes e pintou um quarto do retângulo, como mostra a Figura VI.

Figura VI - Divisão da parede em mais de quatro partes.



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Nesse momento, a pesquisadora perguntou a turma se haviam entendido a forma que a Dupla Enzo e Iris havia respondido os estudantes falaram que não. Então pedimos a dupla para explicar.

Pesquisadora: como vocês fizeram?

Estudante Iris: a gente dividiu em seis partes, então em cada quadrado [retângulo] tem quatro quadrados [colunas] aí para equivaler a quarta parte de oito são seis, então a gente pegou dois do lado.

Essa resolução nos chamou atenção, pois a divisão em mais de quatro partes fez uso de um valor que não é múltiplo de quatro. Em sua fala a estudante Iris, demonstra apropriação da parte quatro vezes menos a ser pintada, pois identificou que mesmo não sendo possível por meio da divisão realizada por eles (seis partes), acrescentaram com uma parte do outro retângulo ao lado, sendo assim, uma resolução original.

A situação 2 apresentada na Figura VII, começou a ser resolvida no mesmo encontro que a situação 1 e continuou no encontro seguinte, pois a maioria das duplas não conseguiram concluir suas resoluções devido ao pouco tempo.

Figura VII – Situação cujo referido é desconhecido e operação requerida é a divisão

Situação 2) Um restaurante tem mesas em formato quadrado para quatro convidados cada. Ele receberá três vezes mais convidados que a quantidade de uma mesa. De quê forma poderá juntar as mesas para que os convidados sentem juntos?

Fonte: Elaborada pelas autoras.

Essa é uma situação cujo elemento desconhecido é o referido e para sua solução é necessário o uso da operação de multiplicação.

O Quadro II apresenta as categorias para analisara flexibilidade nas resoluções da Situação 2.

Quadro II - Categorias da Situação 2

Categoria	Exemplo
(1) ideia das mesas organizadas lado a lado	
(2) ideia das mesas organizadas em cruz	
(3) ideia das mesas organizadas em formato de u	
(4) ideia das mesas organizadas em forma quadrangular	
(5) ideia das mesas organizadas em forma diagonal	
(6) ideia das mesas organizadas em forma de L	
(7) uso da multiplicação	$3 \times 4 = 12$

Fonte: Elaborado pelas autoras.

As duplas apresentaram de quatro a 15 resoluções corretas a essa situação. A Tabela II apresenta a categorização das duplas à Situação 2 em termos das dimensões da criatividade matemática.

Tabela II - Categorização da Situação 2

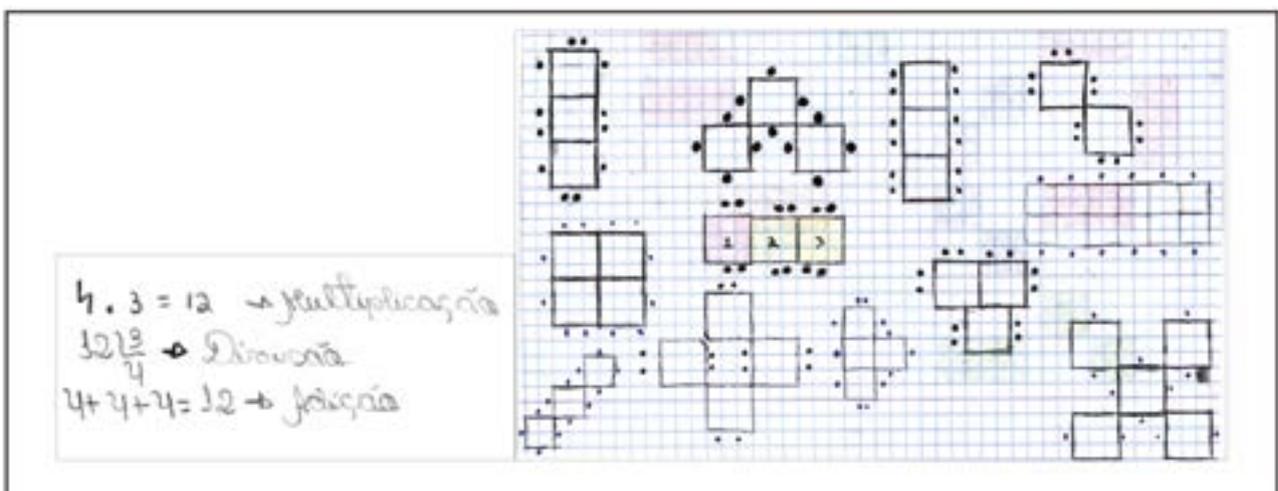
	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
Dupla Alex e Ruy	6	4	0
Dupla Enzo e Iris	15	5	1
Dupla Igor e Toni	4	3	0
Dupla Lori e Ana	7	4	0

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

As duplas apresentaram em termos de fluência, entre quatro e 15 resoluções corretas, em termos de flexibilidade, entre três e cinco raciocínios distintos, apresentando cinco tipos de resoluções das oito categorias elencadas por nós. Em termos de originalidade, apenas a Dupla Enzo e Iris apresentou resolução original. Mesmo com todas as duplas tendo respondido corretamente essa situação, apenas uma apresentou uma resolução diferente das demais, o que indica a prevalência de raciocínios similares. Vale a pena lembrar que foi essa dupla a ter apresentado mais resoluções originais na situação-problema anterior e foi disparadamente mais fluente na resolução dessas duas situações.

A seguir, apresentaremos na Figura VIII as resoluções da dupla que realizou a maior quantidade de resoluções. Buscamos com isso, analisar as dimensões da criatividade matemática apresentadas por essa dupla.

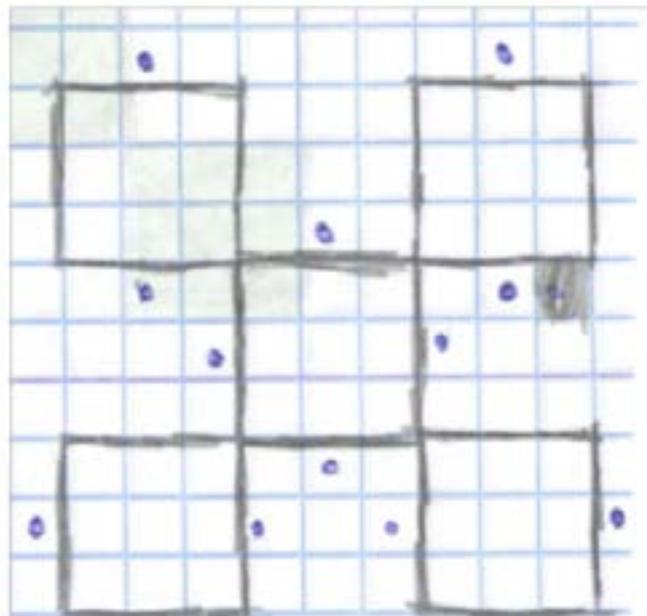
Figura VIII - Resoluções da Dupla Enzo e Iris



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

A Dupla Enzo e Iris apresentou 15 resoluções corretas à situação. Em termos das dimensões da criatividade em matemática, a Dupla Enzo e Iris apresentou 15 resoluções fluentes, fazendo uso das operações de multiplicação, divisão e adição, além das representações figurais. Ao observar a dimensão da flexibilidade, essa dupla apresentou cinco diferentes usos de raciocínios: ideia das mesas organizadas lado a lado; ideia das mesas organizadas em cruz; ideia das mesas organizadas em forma quadrangular; ideia das mesas organizadas em forma diagonal e uso de algoritmo. Em termos de originalidade, a Dupla Enzo e Iris apresentou a resolução da Figura IX.

Figura IX - Resolução original à Situação 2



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Essa resolução apresenta a ideia das mesas organizadas em ambas às diagonais, não sendo esperada por nós e que mais nenhuma dupla da turma apresentou.

Buscando identificar a forma que os estudantes pensaram ao encontrarem a quantidade de convidados que sentariam em três mesas questionamos:

Pesquisadora: a situação pedia para fazer o quê? [...] colocar quantas pessoas nas mesas?

Estudantes: 12.

Pesquisadora: essas 12 pessoas vocês encontraram como?

Estudante Igor: fazendo a conta.

Pesquisadora: que conta?

Estudante Igor: vezes.

Pesquisadora: multiplicou o quê?

Estudante Ana: quatro vezes. Três por quatro e quatro por três.

Estudante Enzo: *a quantidade que cabia em uma mesa três vezes.*

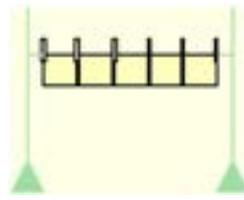
Observe que o estudante Igor demonstra ter feito uso da multiplicação para encontrar a quantidade de convidados, mas, não consegue responder porque escolheu os números três e quatro. O estudante Enzo, demonstra uma compreensão das medidas presentes na situação-problema quando relaciona a quantidade que cabia em uma mesa três vezes.

Ao olharmos para as resoluções apresentadas às situações 1 e 2, em que ambas têm o referido como elemento desconhecido, e necessita da operação de divisão e multiplicação, respectivamente, para a sua solução, podemos observar (Tabela I e Tabela II) que a dupla que apresenta maior quantidade de resoluções em termos das dimensões da criatividade em matemática em ambas as situações é a Dupla Enzo e Iris. Em relação a qual situação revela maior fluência, flexibilidade e originalidade não há grande diferença entre uma e outra, mas é observável que a situação 1 possibilitou maior quantidade de resoluções originais.

A seguir, apresentamos as situações da classe referente desconhecido. A situação 3 foi trabalhada no segundo encontro, após termos trabalhado com a situação 2 e a situação 4 foi trabalhada no terceiro encontro.

Figura X – Situação cujo referido é desconhecido e operação requerida é a divisão

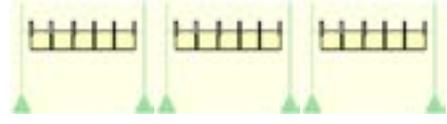
Situação 3) As irmãs Jaque e Sônia estendem toalhas como apresentado abaixo. Jaque estendeu três vezes menos toalhas que Sônia. Jaque estendeu cinco toalhas, usando assim, seis pregadores. Quantos pregadores Sônia precisará?



Fonte: Elaborada pelas autoras.

A Situação 3 é uma situação cujo referente (quantidade de toalhas de Sônia) é o elemento desconhecido e para sua solução é requerido o uso da operação de multiplicação. O Quadro III apresenta as categorias para analisar a flexibilidade nas resoluções da Situação 3.

Quadro III - Categorias de análise para flexibilidade da S3

Categoria	Exemplo
(1) desenho lado a lado em disposição em linha reta	
(2) desenho lado a lado em disposição quadrangular	
(3) desenho da repetição do varal inicial	
(4) pensamento algébrico	$n+1$
(5) uso de Multiplicação e adição	$5 \times 3 = 15$ e $15 + 1 = 16$

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Três das quatro duplas conseguiram apresentar mais de uma resolução correta, a Dupla Lori e Ana apresentou uma resolução parcialmente correta. A seguir, na Tabela III, apresentamos as resoluções das duplas, por categorias da criatividade matemática à Situação 3.

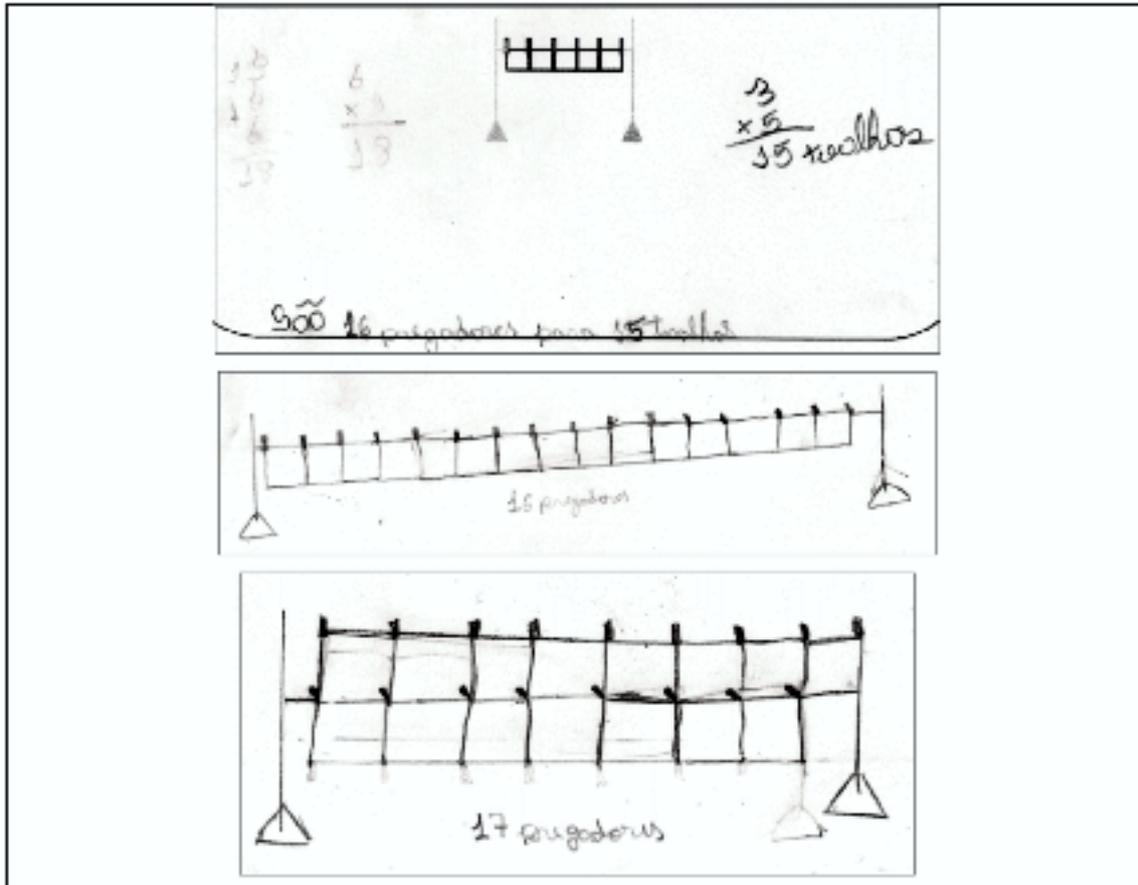
Tabela III - Categorização da Situação 3

	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
Dupla Alex e Ruy	3	3	2
Dupla Enzo e Iris	3	3	2
Dupla Igor e Toni	2	1	0
Dupla Lori e Ana	–	–	–

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Nota-se que as Duplas Alex e Ruy e Enzo e Iris apresentaram a mesma quantidade de resoluções em cada categoria. Além disso, ambas apresentaram resoluções pertencentes às mesmas categorias da flexibilidade. A seguir, na Figura XI, veremos essas categorias na análise das resoluções da Dupla Alex e Ruy.

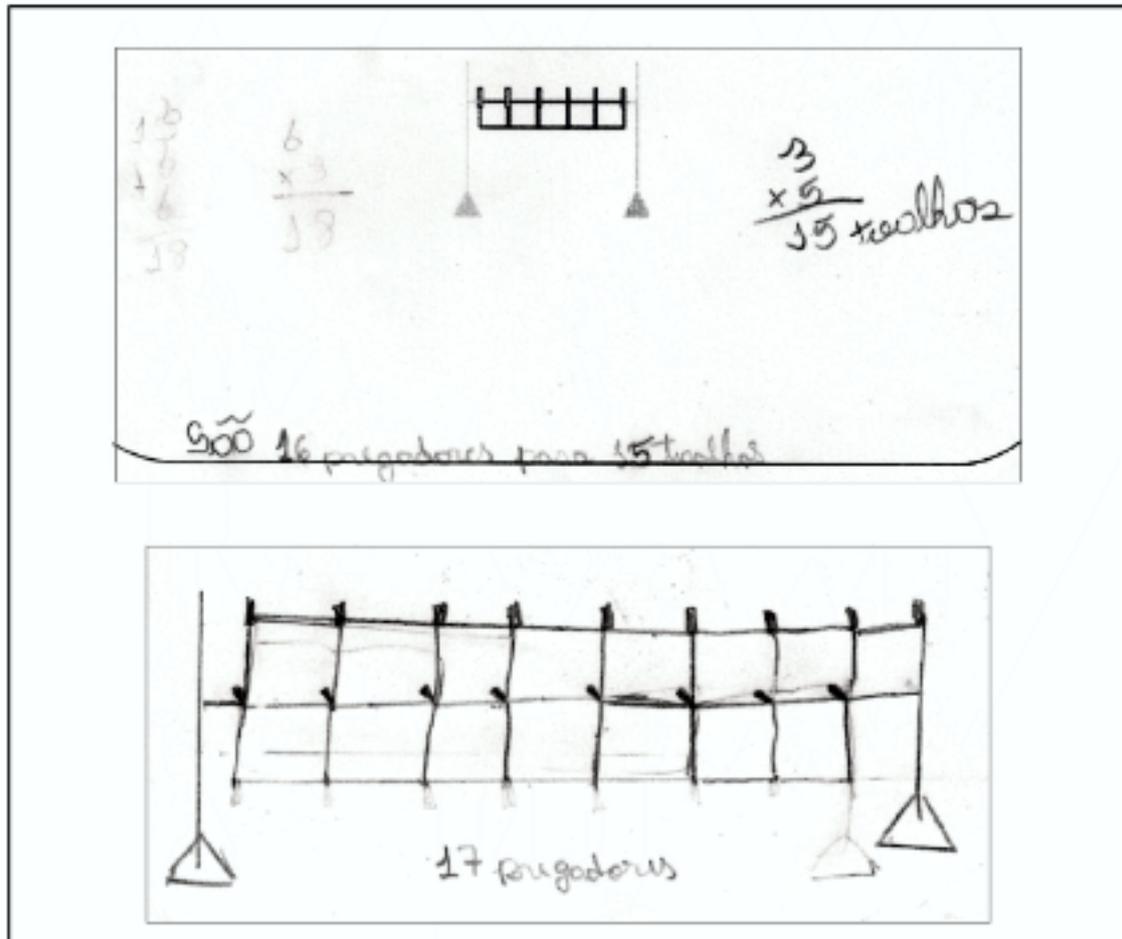
Figura XI - Resoluções da Dupla Alex e Ruy



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

A Dupla Alex e Ruy apresentou três resoluções corretas. Se observarmos, além das resoluções serem corretas, chegam a resultados diferentes, em duas a quantidade de pregadores é 16 e em outra 17. Acreditamos que a dupla tenha observado que a quantidade de toalhas era fixa, mas a depender da organização das toalhas a quantidade de pregadores poderia variar. Em termos de fluência, a Dupla Alex e Ruy apresentou três resoluções corretas. Em termos de flexibilidade ela apresentou resoluções pertencentes a três categorias: uso da multiplicação e adição; desenho lado a lado em disposição em linha reta e desenho lado a lado em disposição quadrangular. Em termos de originalidade, a Dupla Alex e Ruy apresentou as duas resoluções da Figura XII, usadas por apenas duas duplas.

Figura XII - Resoluções originais da Dupla Alex e Ruy

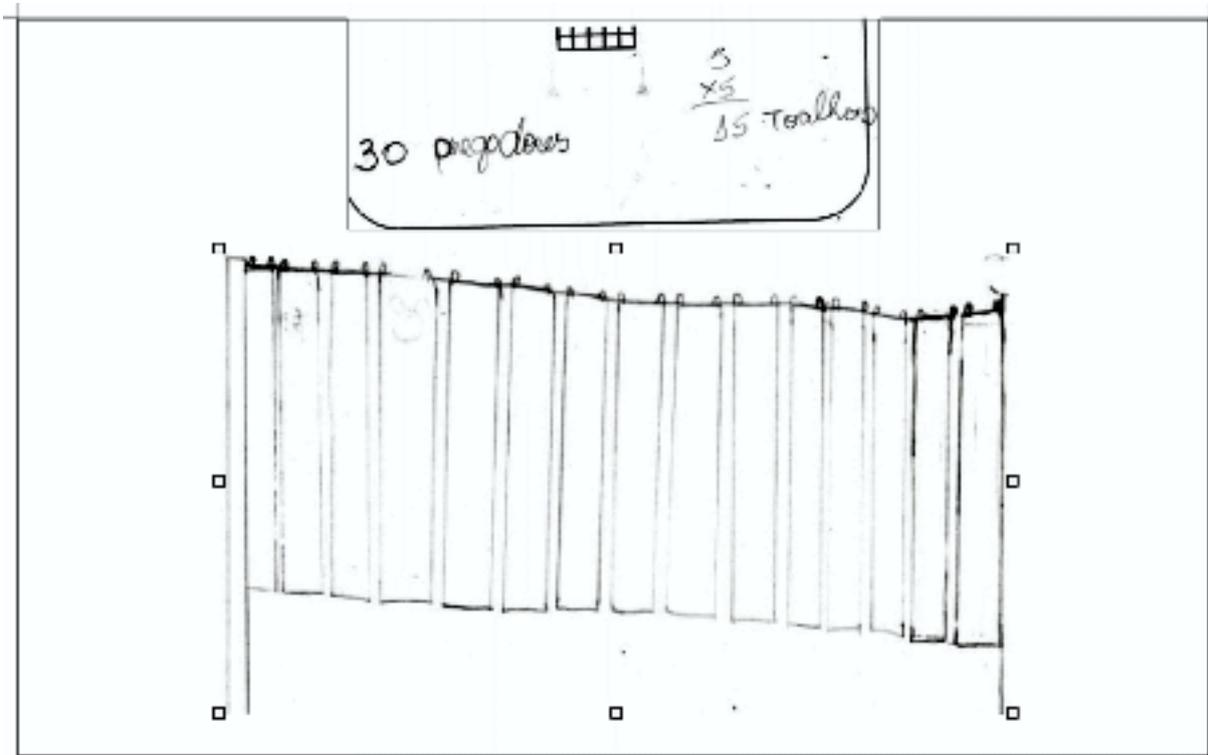


Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Além das resoluções serem usadas por apenas duas duplas, a resolução em que foram encontrados 17 pregadores não era esperada por nós. Pois, a priori, esperávamos uma organização lado a lado ou com uso das operações, visto que essa resolução apresentada não faz parte da maneira em que se penduram toalhas cotidianamente.

A Dupla Lori e Ana não apresentou resolução correta, mesmo tendo realizado um raciocínio adequado, como apresentaremos na Figura XIII.

Figura XIII - Resolução da Dupla Lori e Ana à Situação 3



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Observa-se que a Dupla Lori e Ana demonstrou compreender que a situação é de multiplicação e encontrou a quantidade de toalhas corretamente, porém, ao identificar a quantidade de pregadores fez uso de uma organização das toalhas diferente da apresentada no enunciado da situação-problema.

De modo geral, as duplas demonstraram dificuldade em identificar se deveriam multiplicar a quantidade de toalhas ou de pregadores. Ao observar que a Dupla Enzo e Iris estavam discutindo sobre a quantidade de pregadores, momento em que Enzo dizia que eram 16 pregadores e Iris 18 pregadores, questionamos:

Pesquisadora: São 18 o quê?

Estudante Enzo: Pregadores.

Pesquisadora: Por quê?

Estudante Iris: Por que aqui tem 6 e é três vezes menos.

Pesquisadora: E esse três vezes menos é a quantidade de pregadores?

Estudante Enzo: Não. De toalhas.

Pesquisadora: E vocês fizeram três vezes menos a quantidade de quê?

Estudante Iris: De toalhas.

Estudante Enzo: Para depois ver quantos pregadores usam.

Pesquisadora: Seriam quantas toalhas?

Estudante Iris: 15.

Pesquisadora: E quantos pregadores?

Estudante Iris: A gente precisa ilustrar para ver.

Após alguns minutos a estudante Iris chamou a pesquisadora novamente e questionou.

Estudante Iris: O que varia aqui é a quantidade de toalhas ou a de pregadores? [...] Tipo, é sempre a mesma quantidade de toalhas e só muda os pregadores.

A dupla apresenta evidências de que parece não compreender com facilidade que, estava sendo comparada a quantidade de toalhas e não a quantidade de pregadores. Esse fator pode ter ocorrido pelo fato da situação-problema comparar a quantidade de toalhas, mas solicita como resposta a quantidade de pregadores. A seguir, apresentamos a análise da Situação 4.

Figura XIV – Situação cujo referido é desconhecido e operação requerida é a divisão

Situação 4) A figura, a seguir, é a segunda criada para a decoração de uma parede... Ela tem quatro vezes mais triângulos do que a primeira figura criada. De que forma é a primeira figura?

Fonte: Elaborada pelas autoras.

A Situação 4 é uma situação cujo referente (quantidade de triângulos da primeira figura) é o elemento desconhecido, para determinar a solução é esperado que se faça uso da operação de divisão.

No Quadro IV apresentamos as categorias de análise da flexibilidade para essa situação.

Quadro IV - Categorias de análise para Situação 4

Categoria	Exemplo
(1) partes da segunda figura	
(2) figura diferente das partes da segunda	
(3) uso da operação de divisão	$12 \div 4 = 3$

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Todas as duplas apresentaram resoluções corretas a essa situação. A Tabela IV apresenta a categorização das resoluções feitas pelas duplas.

Tabela IV - Categorização da Situação 4

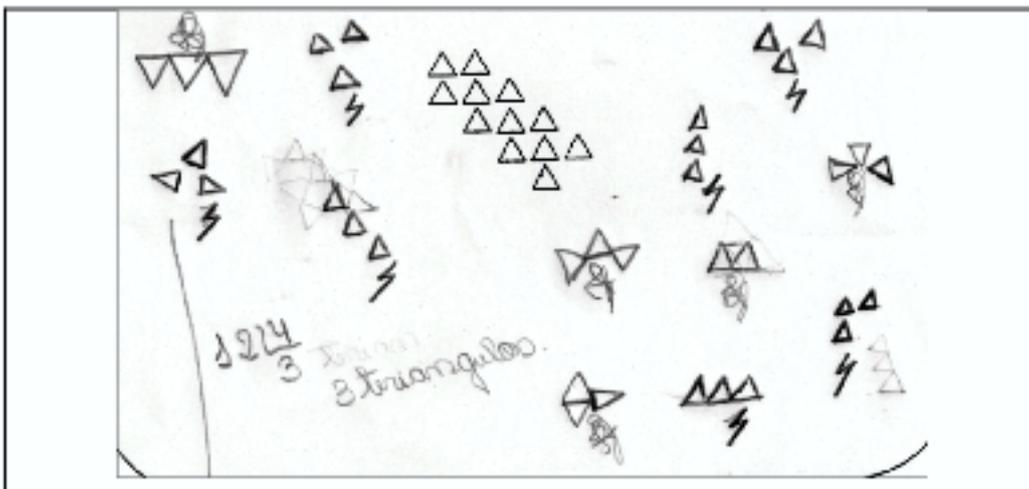
	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
Dupla Alex e Ruy	8	3	0
Dupla Enzo e Iris	13	3	0
Dupla Igor e Toni	10	2	0
Dupla Lori e Ana	5	2	0

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Todas as duplas apresentaram uma variedade de resoluções corretas a essa situação-problema, mas nenhuma com resolução original. Dessa forma, nenhuma dupla apresentou soluções criativas a essa situação. Para que uma solução seja criativa é necessário **ser original (SILVER 1997; CONWAY 1999; VALE 2015)**.

A seguir, apresentaremos as resoluções da Dupla Enzo e Iris à situação 4. Essa dupla apresentou a maior quantidade de resoluções corretas.

Figura XV - Resoluções da Dupla Enzo e Iris à Situação 4



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

A Dupla Enzo e Iris foi fluente pois, apresentou 13 resoluções corretas à situação, fazendo uso de diferentes representações, considerando a flexibilidade, fez uso de três diferentes raciocínios: partes da segunda figura; figura diferente das partes da segunda e uso da operação de divisão. A Dupla Enzo e Iris não foi original, pois suas resoluções foram também elencadas por outras duplas.

A Dupla Ana e Lori, inicialmente demonstraram dificuldade em solucionar essa situação problema. A pesquisadora então questionou:



Pesquisadora: *Essa figura tem quantos triângulos?*

Estudante Lori: *Doze, então a primeira tem seis.*

Pesquisadora: *Porque seis?*

Estudante Lori: *Quatro vezes mais. Ah [...] quatro.*

Pesquisadora: *Porque quatro?*

Estudante Lori: *Porque é quatro vezes mais entendeu? Quatro vezes quatro deu 12.*

Pesquisadora: *Quatro vezes quatro é 12?*

Estudante Lori: *Ah não, é quatro vezes três. É três.*

A estudante Lori faz uso da multiplicação para resolver situações em que para sua resolução é requerida a divisão. Esse fator pode dificultar na resolução de situações desse tipo, pois como é possível observar, a estudante demonstra ter dificuldade no cálculo e em alguns momentos no entendimento da situação.

As situações 3 e 4 **são situações cujo elemento desconhecido é o referente e necessitam para a sua solução das operações de multiplicação e divisão, respectivamente**. Observa-se (Tabela III e Tabela IV) que os estudantes apresentaram mais resoluções à situação 4, porém nenhuma resolução original. Na situação 3, houve uma redução significativa na quantidade de resoluções, porém, nesta situação os estudantes apresentaram resoluções originais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo analisar as resoluções apresentadas por estudantes do 9º ano do ensino fundamental às situações-problema de comparação multiplicativa elaboradas à luz da criatividade matemática. Os estudantes apresentaram maior quantidade de resoluções corretas às situações cujo referido é o elemento desconhecido. Sendo essa classe de situações as que eles foram mais criativos, corroborando com os resultados das pesquisas de Gitirana et al. (2014) e de Pereira (2015) quando afirmam ser essas as situações de comparação multiplicativa que os estudantes apresentam melhor desempenho.

Das dimensões da criatividade matemática, a fluência foi a dimensão com mais destaque nas resoluções dos estudantes, indicando que os estudantes exploraram as situações produzindo até 15 resoluções diferentes para uma mesma situação, fator que indica a fluência (VALE, 2015; SILVER, 1997; CONWAY 1999). Sendo a flexibilidade a capacidade de produzir ideias diferentes de resolução (VALE, 2015; SILVER, 1997; CONWAY 1999), os estudantes mostraram a sua flexibilidade com mais ênfase numa situação de referente desconhecido, chegando a apresentar cinco resoluções com diferentes raciocínios. Ao apresentar formas diferenciadas ou incomuns de resolução de uma dada situação, os estudantes podem ser considerados originais (GONTIJO, 2007) e, essa foi a dimensão de menor ocorrência nas resoluções dadas às situações de comparação multiplicativa apresentadas aos estudantes.

No 9º ano de escolaridade o estudante chega a apresentar baixo desempenho em situações de comparação multiplicativa, sendo os menores desempenhos nas situações em que o referente é o elemento desconhecido (GITIRANA et al., 2014; PEREIRA, 2015). Ao motivar o estudante a resolver essas situações com mais de uma forma, flexibilizando o raciocínio, pensando de maneiras diferentes, o estudante passa a lidar



com os elementos matemáticos envolvidos, fazendo relações pertinentes ao conceito. Essas mobilizações podem facilitar a sua aprendizagem, além de trazer versatilidade para os momentos que seja defrontado com resolução de problemas, o que indica a importância de se trabalhar com situações-problema que possibilitem a criatividade matemática, no que diz respeito ao ensino da matemática. Assim, se faz necessário investigar de que maneira são apresentadas as situações-problemas aos estudantes.

REFERÊNCIAS

- AMARAL, N.; CARREIRA, S. A Criatividade Matemática nas Respostas de Alunos Participantes de uma Competição de Resolução de Problemas. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 880-906, dez. 2017.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2020.
- CAVALCANTI, J. A criatividade no processo de humanização. *Saber (e) educar*, 11, (2006), p. 89-98.
- CONWAY, K. Assessing open-ended problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 1999, 4(8), 510-514.
- ERICKSON, F. D. Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed.), (pp. 119–161). New York, NY: MacMillan, 1986.
- GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. Repensando multiplicação e divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.
- GONTIJO, C. Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática em alunos do ensino médio. Tese de doutoramento. Universidade de Brasília, Brasília, 2007.
- LIMA, D. C. A formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e as estruturas multiplicativas. Ilhéus-Ba, 2016.
- MERLINI, V. L.; MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. O desempenho dos estudantes de 4ª série do Ensino Fundamental frente a problemas de Estrutura Multiplicativa. In: *Anais. X Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2010, Salvador.
- PEREIRA, E., F. Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da Estrutura Multiplicativa, Dissertação de Mestrado defendida junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, UESC, 2015.
- PINHEIRO, S.C.C., A criatividade na resolução e formulação de problemas: Uma experiência didática numa turma do 5º ano de escolaridade. 2012.
- SILVER, E. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 3, 1997 p. 75-80.
- VALE, I. A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas. In *Educação e Matemática* Nº 135, novembro/dezembro. 2015, p. 40-41. 2015, p. 9-15.
- VALE, I., PIMENTEL, T. Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In A. P. Canavaro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, S. Carreira. *Investigação em Educação Matemática 2012: práticas de ensino da matemática*, PP. 347-360. Portalegre. SPIEM.



VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar / tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. – Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

_____. Multiplicative conceptual Field: what and why? In: Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, N. Y.: State University of New York Press, 1994. P. 41-59.

_____. Multiplicative structures. In: Lesh R., Landau M.(eds.), Acquisition of mathematics concepts and operations processes (1983) (pp. 127-174). New York: Academic.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. Didática das matemáticas. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

TORRE, S. Escolas criativas: escolas que aprendem, criam e inovam. In: Zwierewicz, M. e Torre, S. (Org.). Uma escola para o século XXI: escolas criativas e resiliência na educação. Florianópolis: Insular, 2009, p. 55-70.