REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

V6 - Nº 1 - jan/jun - 2017

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

V6 - Nº1, Jan-Jun 2017

UEPB Universidade Estadual da Paraíba

Prof. Dr. Antônio Guedes Rangel Júnior- Reitor

Prof°. Dr. Flávio Romero Guimarães- Vice-Reitor

eduepb Editora da Universidade Estadual da Paraíba

Prof°. Dr. Luciano Nascimento Silva- Diretor

Coordenação de Editoração: Arão de Azevedo Souza

Capa e Editoração Eletrônica: Carlos Alberto de Araujo Nacre

Ilustração da capa: Carlos Alberto de Araujo Nacre

Comercialização e Divulgação: Júlio Cézar Gonçalves Porto

Zoraide Barbosa de Oliveira Pereira

Depósito legal na Biblioteca Nacional, conforme decreto nº 1.825, de 20 de dezembro de 1907.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL - UEPB

410

R454 Revista Educação Matemática em Foco - 2017 - Campina Grande: EDUEPB

V6 - Nº 1 - Jan/Jun. - 2017

Semestral

Editora: Kátia Maria de Medeiros

ISSN - 1981.6979

1. Formação de Professores. 2. Geometria. 3. Ensino-aprendizagem de Matemática. Pensamento geométrico 5. Interdisciplinaridade 6. Prova e demonstração em Geometria Plana. 27. ed. CDD

EDITORA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA - Filiada a ABEU
Rua Baraúnas, 351 - Bairro Universitário - Campina Grande-PB - CEP 58429-500
Fone/Fax: (83) 3315-3381 - http://eduepb.uepb.edu.br - email: eduepb@uepb.edu.br

VISÃO DE LICENCIANDOS SOBRE AS JUSTIFICATIVAS EM GEOMETRIA

APRESENTADAS NA ESCOLA BÁSICA

Jacinto Ordem

Saddo Ag Almouloud

SUBMISSÃO: 30 de abril de 2017

ACEITAÇÃO: 09 de maio de 2017

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

VISÃO DE LICENCIANDOS SOBRE AS JUSTIFICATIVAS EM GEOMETRIA APRESENTADAS NA ESCOLA BÁSICA

Vision of prospective teachers on the justifications in geometry presented at the basic school

Lilian Nasser
PEMAT e Projeto Fundão – IM/UFRJ
lnasser.mat@gmail.com

RESUMO

Este artigo relata parte de uma pesquisa que visa conscientizar futuros professores de Matemática sobre a necessidade de explorar tarefas geométricas na Escola Básica, visando ao desenvolvimento do pensamento dedutivo. O trabalho foi motivado na observação de que muitos professores de Matemática não valorizam as justificativas informais apresentadas, nem se preocupam em desenvolver a habilidade de argumentação de seus alunos. A pesquisa é baseada numa investigação de Hoyles (1997) com alunos e professores da Grã-Bretanha, e nos tipos de prova sugeridos por Balacheff (1988). Licenciandos de Matemática são convidados a analisar e dar notas a diferentes argumentos apresentados por alunos do Ensino Fundamental a uma questão de Geometria. Enquanto a maioria dos alunos apresenta argumentações ingênuas, nem sempre os professores em exercício ou em formação inicial dão valor a essas justificativas, tomando como padrão as provas formais.

Palavras-chave: Geometria; Argumentação; Raciocínio Dedutivo; Formação inicial.

ABSTRACT

This article reports part of a research aiming to alert future mathematics teachers about the need to explore geometric tasks in the Basic School, in order to develop the deductive thinking. The work was motivated by the observation that many Mathematics teachers neither value the informal justifications presented by their pupils, nor they worry in developing their ability of argumentation. The research is based on an inquiry by Hoyles (1997) with pupils and professors of Great-Britain, and on the types of proof suggested by Balacheff (1988). Future Mathematics teachers are invited to analyze and to give to marks the different arguments presented by Basic School pupils to a Geometry question. While the majority of the pupils present ingenuous arguments, not always the teachers in continuous or initial formation give value to these justifications, taking as standard the formal tests.

Keywords: Geometry; Argumentation; Deductive reasoning; Undergraduate students.

INTRODUÇÃO

Durante anos, o ensino de Geometria foi deixado em segundo plano, o que ocasionou a falta de ênfase em atividades que estimulassem o raciocínio lógico na resolução de tarefas geométricas, e a ausência do domínio do processo dedutivo. Como consequ**ência, observa-se que, atualmente, os alunos da Escola Básica não são estimulados a pensar ou raciocinar, limitando-se a aplicar fórmulas ou algoritmos, sem a necessidade de justificar os procedimentos adotados.** A habilidade de argumentar e justificar, importante tanto para o desenvolvimento em Matemática quanto para a formação do cidadão crítico, não é suficientemente desenvolvida pelos professores de Matemática em suas salas de aula.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) recomendam que o currículo de Matemática do Ensino Básico, contemple a aprendizagem significativa dos conteúdos, observando a utilidade da Matemática como conhecimento para a resolução de problemas. Além disso, deve proporcionar atividades que possibilitem aos educandos o contato com o exercício da construção de argumentos lógicos para provar e demonstrar a validade de afirmações matemáticas, ou mesmo refutá-los. Por esta razão, os parâmetros defendem que é um dos objetivos do ensino-aprendizagem da Matemática possibilitar ao aluno:

> Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 37)

Um grupo do Projeto Fundão (IM/UFRJ) desenvolveu pesquisa para investigar meios de aprimorar a habilidade de argumentação de alunos a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, contando com a colaboração de professores das redes municipal e estadual do Rio de Janeiro, e licenciandos do Instituto de Matemática da UFRJ.

Várias estratégias com esse objetivo foram testadas em sala de aula, com resultados positivos. Nasser e Tinoco (2001) compilaram os resultados desse estudo, que sugere uma valorização da experimentação e argumentação informal, como etapas iniciais para o domínio do processo dedutivo. Vários problemas abordados recaíam sobre situações geométricas e de medidas.

Segundo Balacheff (1988), há vários tipos de provas pragmáticas, que devem ser valorizadas na Escola Básica, e que contribuem para o domínio das provas conceituais. Além disso, as funções da prova, sugeridas por Hanna (1990), indicam que, nesse nível de ensino, muitas vezes uma demonstração tem mais valor como explicação do que como validação de um resultado. Mas será que os licenciandos estão cientes dessas visões das provas e demonstrações?

Este trabalho foi inspirado na pesquisa desenvolvida na Grã-Bretanha por Hoyles (1997), que aborda a visão de professores da Escola Básica sobre as justificativas apresentadas por seus alunos a diversas questões. Aguillar Jr. (2012) desenvolveu um estudo semelhante em sua dissertação de mestrado, em que analisa justificativas de alunos do Ensino Fundamental a questões de Álgebra e Geometria e a visão de professores a respeito dos tipos de prova apresentados. Neste trabalho, Licenciandos de Matemática foram convidados a analisar e dar notas às cinco respostas apresentadas à questão de Geometria da pesquisa de Aguillar Jr., indicando também qual delas era mais próxima da sua própria resolução.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

1.1. O Ensino de Geometria no Brasil

O abandono do ensino de Geometria no Brasil tem sido tema de diversas pesquisas e artigos, refletido a preocupação com a falta dos conteúdos geométricos na Escola Básica. Pavanello (1993) analisou causas e consequências do abandono do ensino de Geometria, com base num relato histórico do ensino dessa disciplina e afirma que:

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> Existem fortes motivos para a inquietação dos professores com o abandono da geometria e sua insistência em melhorar seus conhecimentos com relação a ela. A ausência do ensino de geometria e a ênfase no ensino de álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. (PAVANELLO, 1993, p.16)

Um exemplo da ênfase no aspecto algébrico em detrimento ao aspecto geométrico, praticado no ensino básico pode ser observado na abordagem ao Teorema de Pitágoras. Os livros textos, em geral, apresentam o Teorema como: "O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos", eliminando sua interpretação geométrica. Os alunos memorizam a fórmula $a^2 = b^2 + c^2$, sem mesmo saber o significado dado a cada uma das letras. Na realidade, o enunciado do Teorema de Pitágoras deve ser ensinado como: "A área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos", de acordo com a figura 1. O que deveria ser explorado também é que a igualdade vale para as áreas de outros polígonos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, desde que sejam semelhantes, como na figura 2, por exemplo.

Figura 1 - Teorema de Pitágoras

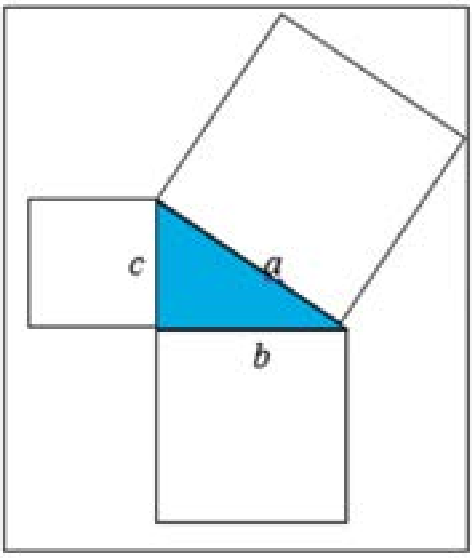
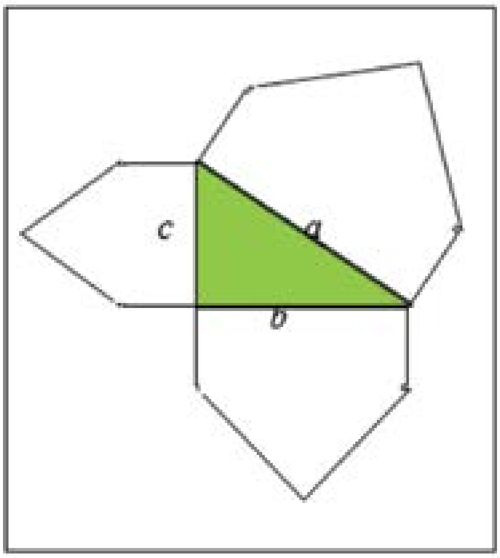


Figura 2 - Teorema de Pitágoras com pentágonos semelhantes construídos sobre os lados.



O número 4 da revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Educação Matemática em Revista, de 1995, teve como tema a Geometria e os artigos publicados refletem a preocupação dos pesquisadores, já naquele ano, com o ensino e a aprendizagem de Geometria (LORENZATTO, 1995).

Gomes (2007) também pesquisou sobre o ensino de Geometria no Brasil nas últimas décadas, apontando o surgimento de abordagens experimentais, em substituição ao formalismo. Outros pesquisadores que corroboram a preocupação com o ensino de Geometria no Brasil, e a formação de professores para lecionar esse tópico, principalmente nos anos iniciais, são Nacarato (2007), Grando (2009) e Fonseca, Lopes et al (2002).

2.2 Argumentação e Provas

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p.26), um dos objetivos do ensino de Matemática no Ensino Fundamental é o desenvolvimento no educando da capacidade/habilidade de comprovação, argumentação e justificação, com vistas à formação do cidadão crítico. Além disso, recomenda que a Matemática seja reconhecida pelo estudante como uma disciplina que possibilita o desenvolvimento de seu raciocínio. Para tanto, o ensino de Matemática deve apoiar-se em estratégias que explorem o raciocínio lógico-dedutivo, e isso é feito, em geral, em conteúdos geométricos.

Estudos sobre o desenvolvimento da habilidade de argumentação mostram que grande parte dos professores de Matemática não valoriza argumentos informais de seus alunos. Influenciados pelo rigor da academia, os professores esperam que os estudantes da Escola Básica apresentem justificativas formais. Como estes raciocinam nos primeiros níveis de van Hiele (NASSER, 1992) e o domínio do processo dedutivo só ocorre no último nível, não são capazes de criar demonstrações. Mas têm condições de justificar seu raciocínio, indicando desenvolvimento do processo para atingir o domínio do processo dedutivo. Essa habilidade deve ser incentivada, solicitando que o aluno justifique sempre suas resoluções de problemas ou explique porque escolheu uma determinada estratégia. O professor deve levar o aluno a raciocinar sempre, em todas as tarefas desenvolvidas.

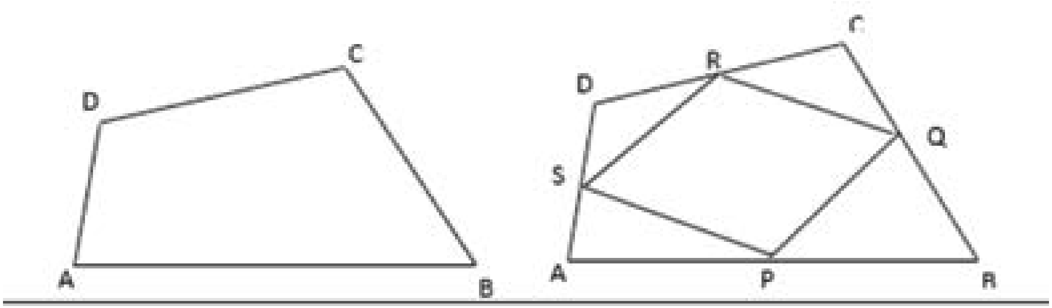
Um grupo do Projeto Fundão (IM/UFRJ) desenvolveu pesquisa para investigar meios de aprimorar a habilidade de argumentação de alunos a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, contando com a colaboração de professores das redes municipal e estadual do Rio de Janeiro, e licenciandos do Instituto de Matemática da UFRJ. Várias estratégias com esse objetivo foram testadas em sala de aula, com resultados positivos. Nasser e Tinoco (2001) compilaram os resultados desse estudo, que sugere uma valorização da experimentação e argumentação informal, como etapas iniciais para o domínio do processo dedutivo.

Segundo Balacheff (1989), há vários tipos de provas pragmáticas, que devem ser valorizadas na Escola Básica, e que contribuem para o domínio das provas conceituais. O autor destaca quatro modalidades de prova: *empirismo ingênuo* (naiveempiricism), *experimento crucial* (crucial experiment), *exemplo genérico* (genericexample), e *experimento mental* (thought experiment). Estes quatro desdobramentos se originam dos movimentos existentes entre os tipos de prova: o empirismo natural e o experimento crucial são tipos de prova pragmática, e o experimento mental reside no campo da prova conceitual. Já o exemplo genérico transita entre os dois tipos. Em sua pesquisa, Hoyles (1997) observou que os estudantes podem apresentar provas pragmáticas com indícios de que compreendem a situação envolvida, com justificativas informais, quando não alcançaram ainda o domínio pleno do processo dedutivo. Em alguns casos, as justificativas não contêm palavras, mas são esquematizadas por meio de desenhos. Esse tipo de justificativa é mais usada em situações geométricas.

Por outro lado, as funções da prova, sugeridas por Hanna (1990), indicam que, na Escola Básica, muitas vezes uma demonstração tem mais valor como explicação do que como validação de um resultado. É importante dar oportunidade aos estudantes de explorar uma conjectura usando ferramentas diversas, permitindo a verificação da sua validade, antes de proceder à sua demonstração.

Um bom exemplo é a verificação do Teorema de Varignon, que afirma que o quadrilátero definido pelos pontos médios dos lados de um quadrilátero qualquer é um paralelogramo. A figura 3 exibe a situação do Teorema de Varignon.

Figura 3 - Teorema de Varignon



De acordo com a figura, o aluno pode explorar diferentes possibilidades para o quadrilátero ABCD com o software Geogebra, e perceber que os lados opostos do quadrilátero PQRS, formado ligando-se seus pontos médios, são sempre paralelos. Além disso, com a movimentação, percebe-se que os lados opostos PQ e RS são paralelos à diagonal AC do quadrilátero ABCD. Identificando que os triângulos ABC e PBQ são semelhantes, assim como os triângulos ADC e SDR, pode-se concluir que PQ//RS. Analogamente, verifica-se que PS//QR.

Outras estratégias podem ser usadas para a verificação da validade de uma afirmativa, como recortes, dobraduras e as transformações no plano (NASSER e SANT'ANNA, 1997). As isometrias, transformações de translação, rotação e reflexão, constituem ferramentas valiosas na verificação da congruência de polígonos, enquanto a semelhança pode ser verificada com o auxílio da homotetia (NASSER e TINOCO, 2011).

2.3. Revisão de literatura

Algumas dissertações e teses têm como tema o ensino de Geometria e a visão de estudantes, licenciandos ou professores de Matemática em relação ao uso de argumentação e provas na justificativa de afirmativas ou soluções de situações geométricas. Nesse sentido, argumentações e provas veem se constituindo como uma forte linha de pesquisa em Educação Matemática.

Pietropaulo (2005) investigou a significação das demonstrações no currículo da Educação Básico, assim como sua importância nos cursos de Formação de Professores. O autor defende que as provas não devem ser usadas apenas com a função de compreender ou validar um resultado, mas também para refletir a "evolução" do pensamento matemático por meio de uma perspectiva didática, curricular e histórica.

Mais recentemente, Ferreira (2016) propôs uma organização didática acerca dos quadriláteros, de modo a aprimorar o domínio de demonstrações geométricas de licenciandos do Estado da Bahia.

Por sua vez, Mateus (2015) investigou os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de demonstrações e provas na Educação Básica. Sua pesquisa, com licenciandos de Matemática da Universidade Federal de Sergipe, levou em consideração a importância da exploração de provas sob os pontos de vista didático e curricular. Um dos temas escolhidos para a sua pesquisa foi o Teorema de Pitágoras. A pesquisadora recomenda que:

> na Licenciatura em Matemática, o trabalho com provas envolvendo material concreto e verificações empíricas esteja presente em certa medida não apenas nas disciplinas ditas *pedagógicas*, mas também nas consideradas duras; por outro lado, as discussões sobre provas em disciplinas *pedagógicas* não deveriam ficar restritas ao concreto e ao empírico, mas que se pondere a possibilidade de inclusão das provas rigorosas nesse processo (MATEUS, 2015, p.175).

Os resultados mostraram que os licenciandos passaram a adotar um sentido mais amplo para as provas, admitindo substituir a reprodução das demonstrações presentes nos livros pelo fazer matemática, incluindo experimentações, argumentações, conjecturas e, quando fosse necessário, provas rigorosas.

A dissertação de Aguilar Jr (2012) envolve a temática da prova matemática na sala de aula sob dois aspectos: os tipos de argumentação apresentados pelos alunos e a visão do professor sobre este desafio: desenvolver no aluno da Escola Básica a habilidade de argumentar e provar em Matemática. Além disto, investigou como o professor valoriza e aceita os diversos níveis e tipos de argumentação apresentados pelos estudantes. Na primeira etapa, foram analisadas respostas de alunos do Ensino Fundamental a questões que exigiam a construção de argumentos que comprovassem a validade das afirmações matemáticas. A partir das respostas obtidas, algumas foram selecionadas e categorizadas segundo os modelos e tipos de prova para montar um formulário que foi aplicado a 59 professores, seguindo a metodologia da pesquisa de Hoyles (1997). Da análise dos dados, o pesquisador constatou que, nesse grupo, os professores, de maneira geral, não estavam inclinados ao desenvolvimento de atividades que possibilitassem a construção, em sala de aula, das habilidades de argumentar e provar em Matemática. Além disso, a preferência desses docentes, em termos de avaliação de respostas discentes, é pelas argumentações mais próximas ao modelo de prova conceitual de Balacheff (1988), que é aprova rigorosa, formal, praticada e aceita na *Academia.* Em resumo, depreende-se das considerações da pesquisa de Aguilar Jr.(2012) que a Universidade não prepara o professor para o ensino-aprendizagem da argumentação matemática no ensino em sala de aula e, consequentemente, o ensino de prova não faz parte da prática pedagógica da maioria dos professores da Escola Básica.

Apesar de não ter sido alvo de sua pesquisa, Aguilar Jr. analisou também as respostas dadas ao questionário por 10 alunos de Licenciatura que participaram da oficina em que foram coletados os dados dos professores. A comparação entre as respostas dos estudantes de graduação e dos professores mostrou não haver muitas distinções entre os dois grupos. A conclusão foi de que:

> A Academia não contribui como deveria na formação de uma consciência pedagógica sobre a prova matemática, isto é, na formação docente que ressalte a importância da

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> prova matemática para o desenvolvimento e construção do raciocínio-lógico dedutivo, uma vez que a forma de pensar e analisar do estudante de graduação é bem similar com a de professores formados e com certa experiência profissional. (AGUILAR JR, 2012, p. 116)

Considerando que os licenciados que participaram da pesquisa de Aguilar Jr. eram de Fortaleza e que os dados foram coletados em 2012, decidimos replicar esses resultados com licenciandos da UFRJ, cinco anos depois, especificamente com a questão de Geometria. O objetivo desta pesquisa é verificar se a visão dos licenciandos do Rio de Janeiro também seria conservadora em relação à avaliação das argumentações apresentadas por alunos do ensino básico a essa questão de Geometria.

1. METODOLOGIA

O formulário utilizado na pesquisa de Aguilar Jr. (2012) continha um questionário inicial sobre a formação e experiência do professor, com perguntas referentes à sua concepção sobre argumentação, prova matemática e seu ensino (p. 68). Na segunda parte, eram apresentadas respostas de cinco alunos a duas questões que pediam justificativas, sendo uma de Álgebra e uma de Geometria (p. 70). Os professores deram notas a cada uma dessas respostas, justificando-as. Na coleta de dados, alguns licenciandos também participaram, mostrando uma visão próxima a dos professores.

Para esta pesquisa, apresentamos a 20 licenciandos de Matemática da UFRJ um formulário com as cinco respostas de alunos de 8º e 9º Anos à mesma questão de Geometria utilizada na pesquisa de Aguilar Jr. Foi solicitado aos licenciandos que atribuíssem uma nota (de zero a dez) a cada uma das respostas, justificando suas notas. Além disso, o licenciando deveria indicar a qual das respostas daria a maior nota e qual delas se parecia mais com a que ele próprio daria, sempre indicando o porquê das escolhas.

A figura 4 mostra a questão de Geometria da pesquisa de Aguillar Jr. que apresentamos aos licenciandos, seguida da resolução de Renata. A figura 2 apresenta as resoluções de Matheus, Pietra, Érica e João para a mesma questão. Os alunos são representados pelos nomes fictícios usados por Aguilar Jr.

A seguinte questão foi apresentada a alunos de 8º ou 9º Anos:

"Na figura que se segue, as retas r e s são **paralelas**:

Com base nestas informações, expresse o valor do ângulo *x*, em função de *a* e *b*, justificando sua resposta."

Os alunos Renata, Matheus, Érica, João e Pietra apresentam as seguintes soluções:

Renata (14 anos):

3) (n) temos o Δ, através da teoria de que os ângulos da base somados são iguais ao ângulo externo.

$b - 90° + x = a$
$b + x = a + 90°$
$x = a + b + 90°$

R: Em função de a e b, temos x equivalente a $a + b + 90°$.

"temos o ☐☐☐através da teoria de que os ângulos da base somados são iguais ao ângulo externo:
$b - 90º + x = a$
$b + x = a + 90º$
$x = a + b + 90º$

Figura 4 - Enunciado da questão apresentada aos professores com a solução de Renata.

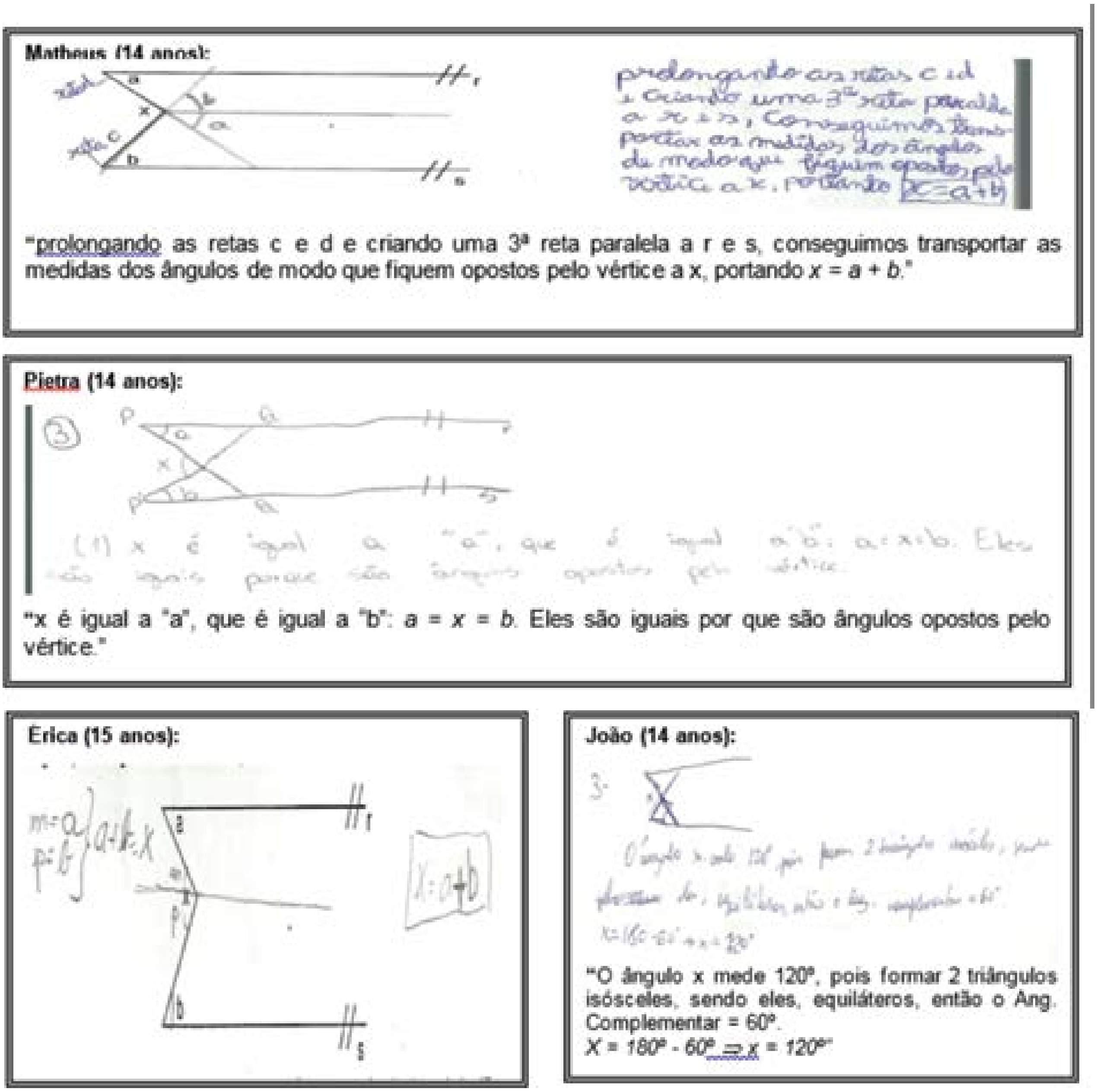


Figura 5 - As soluções dos demais alunos, constantes do questionário.

3.1. Análise das respostas

O quadro 1 mostra as notas atribuídas pelos licenciandos às 5 respostas apresentadas para o problema. Observa-se que todos perceberam que Matheus deu a resposta correta ao afirmar que a medida do ângulo *x* era igual à soma das medidas dos ângulos *a* e *b*. No entanto, nem todos atribuíram a esse aluno a nota máxima.

O licenciando nº 3 justificou sua nota 9 alegando que "não havia necessidade de prolongar "c" e "d". Mas esses prolongamentos foram necessários, sim, para Matheus identificar os ângulos correspondentes aos ângulos a e b. É claro que era possível justificar que x = a + b sem prolongar "c" e "d", mas nesse caso, em vez de identificar ângulos correspondentes, seria preciso identificar ângulos alternos internos a *a* e *b*, como na solução de Érica.

Tabela 1 - Notas atribuídas às respostas dos cinco alunos.

Licenciando	Renata	Matheus	Pietra	Érica	João
1	5	10	0	0	1
2	3	10	0	10	0
3	0	9	0	10	4
4	5	10	0	8	0
5	5	10	0	8	0
6	0	8	1	3	0
7	0	10	0	6	0
8	0	10	0	7	0
9	0	10	0	10	0
10	2	10	5	10	0
11	3	10	3	9	0
12	5	10	0	5	0
13	0	10	0	9	0
14	0	10	0	7	0
15	3	10	4	8	3
16	4	10	0	10	0
17	0	10	0	9,5	0
18	0,5	10	0	3	0
19	2	10	2	7	0
20	4	10	0	9	2
Média	2,075	9,85	0,75	7.425	0,5

Apesar de Érica também ter dado a resposta correta, os respondentes foram muito rigorosos ao analisar sua resposta. As notas para Érica variaram de 0 a 10, sendo que apenas cinco licenciandos deram a nota máxima. O licenciando nº 1 deu

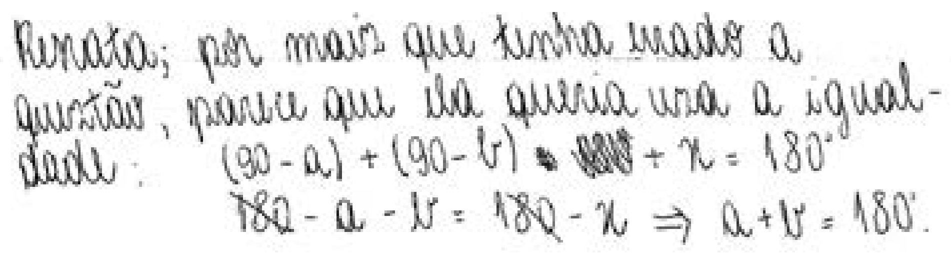
REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

nota 0 para Érica, alegando que tanto ela, quanto Pietra e João, "*utilizaram a intuição para achar resultados*". É interessante observar que esse mesmo licenciando atribuiu nota 5 para a resposta de Renata, justificando que esta "*utilizou de forma errada os conceitos de geometria*". Assim, este licenciando deu nota maior a uma resolução errada do que à de Érica, que chegou à resposta correta, apesar de não justificar sua solução.

Ao atribuir nota 3 à resposta de Érica, o licenciando nº 6 alegou que a aluna *"não justifica nada com palavras (transversal passando por retas paralelas)".* Foi este mesmo licenciando quem deu 8, a menor nota atribuída à resposta de Matheus. Neste caso, ele alegou que "*usa artifícios interessantes, embora não justifique que seu uso só é possível pelas retas serem paralelas".* O licenciando nº 18 também deu nota 3 para Érica, alegando que *"fez certo, mas não justificou ou colou".*

Por sua vez, as notas do licenciando nº 12 não foram coerentes. Ele atribui a nota 5 tanto para a resposta errada de Renata quanto para a resposta correta de Érica, alegando que esta "não explicou, mas tentou demonstrar".

As notas dadas às soluções de Renata e Pietra variaram de 0 a 5, sendo que a média de Renata foi maior que a de Pietra. O licenciando nº 5, que deu nota 5 para Renata, procurou explicar o raciocínio tentado por Renata, ao afirmar que esta era a resposta mais parecida com a que ele daria, conforme a figura 6.

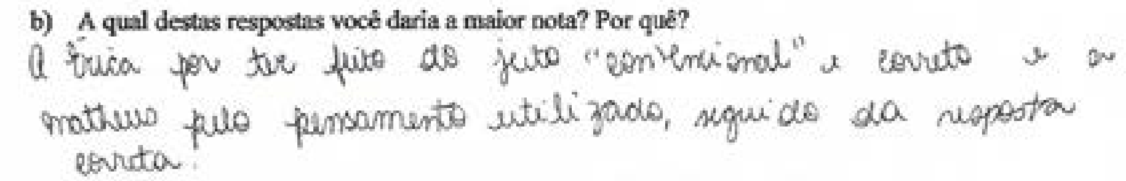

Renata; por mais que tenha errado a questão, parece que ela queria usar a igualdade: $(90-a)+(90-b)$ ~~[illegible]~~ $+ x = 180°$
$180 - a - b = 180 - x \Rightarrow a+b = 180°$.

A maior nota atribuída à resposta de Pietra, que ficou com média de 0,75, foi 4, dada pelo licenciando nº 10, com a justificativa de que ela "teve a idéia certa da questão, mas não conseguiu terminá-la".

A resposta de João foi a que obteve a menor média, tendo recebido nota zero de 16 licenciandos (75%). O fato de que esta resposta foi a única que tentou atribuir valores aos ângulos comprova a rigidez dos licenciandos com justificativas do tipo empirismo ingênuo. Por outro lado, o licenciando nº 3 pareceu ser mais receptivo a esse tipo de justificativa, tendo dado nota 4 à resposta de João, com a justificativa de que *"o aluno soube aplicar alguns conteúdos de geometria, mas não soube resolver a questão".*

A rigidez na avaliação levou 5licenciandos a atribuir a nota 0 para as soluções de Renata, Pietra e João, que não chegaram ao resultado correto, não levando em consideração as tentativas usadas para resolver o problema.

A segunda pergunta pedia para o licenciando indicar a qual das repostas daria a maior nota, justificando sua escolha. Dos 20 licenciandos, 16 responderam que dariam a maior nota para Matheus, alegando que sua resolução era a mais correta. O licenciando nº3 disse que Érica merecia a maior nota, alegando que ela foi "coerente". Outros três licenciandos disseram que Matheus e Érica mereciam a maior nota, como a resposta do licenciando nº 2, reproduzida na figura 7.


b) A qual destas respostas você daria a maior nota? Por quê?
A Érica por ter feito do jeito "convencional" e correto e o matheus pelo pensamento utilizado, seguido da resposta correta.

A terceira e última pergunta do formulário pedia para o licenciando indicar qual das respostas parecia mais com a que ele próprio daria, justificando essa escolha. Enquanto 11 licenciandos apontaram a resposta de Matheus, os de números 3, 10, 11, 16 e 20 indicaram a resposta de Érica como a mais próxima da sua resolução, acrescentando as justificativas. No entanto, três licenciandos, de números 1, 4 e 5, escolheram a resposta de Renata, apesar de não ter chegado ao resultado correto.

Olicenciando número 6não indicou nenhuma das resoluções apresentadas: *"Na verdade, nenhuma. Tracei uma perpendicular a r (que também será perpendicular a*

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

*s, pois são paralelas) e a partir daí, calculei a soma dos ângulos internos do triângulo que contem o ângulo x."*Mas observa-se que esta resolução segue a estratégia tentada por Renata, que não conseguiu chegar à conclusão correta.

De modo geral, as respostas dos licenciandos indicam uma tendência à valorização das provas formais, desde que bem justificadas.

4. Considerações finais

O objetivo desta pesquisa é investigar a visão de um grupo delicenciandos de Matemática em relação aos tipos de justificativas apresentadas por alunos do Ensino Fundamental a uma questão de Geometria.

Em particular,a intenção era comparar a visão destes licenciandos com a visão daqueles que participaram da pesquisa de Aguilar Jr (2012). Analisando as mesmas respostas apresentadas à questão de Geometria, observa-se que a solução de Matheus foi a mais valorizada por aquele grupo, obtendo média 8,7. No caso da resposta de Érica, a média das notas atribuídas foi de 6,1. Ambas médias são menores que as obtidas nesta pesquisa. Por outro lado, a média de Renata, que apresentou uma resposta incorreta, foi de 5,1, bem maior que a média obtida na amostra do Rio de Janeiro, que ficou em, 2,75.Essa comparação indica que os licenciandos do Rio de Janeiro discriminaram mais as soluções corretas das incorretas do que os da pesquisa de Aguilar Jr.

No que se refere à escolha da resolução mais parecida com a do próprio licenciando, na amostra de Aguilar Jr (2012), a resposta de Matheus foi indicada por oito dos 10 respondentes. O pesquisador afirma que "*a concentração maior sobre a resposta de Matheus deu-se por causa dos argumentos utilizados, recorrendo a conhecimentos matemáticos prévios, das construções realizadas e pela forma como organizou sua justificativa*" (p. 111). Nesta pesquisa, a escolha foi mais variada, sendo que apenas 11 dos 20licenciandos escolheram a resposta de Matheus, correspondendo a 55% da amostra. Os licenciandos cariocas se mostraram mais condescendentes, admitindo outras escolhas, mas sempre alegando ser necessário justificar a resolução, oque faltou na resposta de Érica.

Quanto ao modelo de provas sugerido por Balacheff (1989), embora as justificativas apresentadas não se enquadrem exatamente como empirismo ingênuo, experimento crucial, exemplo genérico ou experimento mental, asduas amostras valorizaram mais as provas conceituais, em detrimento das pragmáticas, como no caso da resposta de João.

Dos 20 licenciandos que participaram desta pesquisa, 7 disseram que também exercem a função de professor. Analisando as respostas destes 7 licenciandos, designados pelos números 2, 4, 5, 9, 13, 15 e 19, observa-se que todos deram nota 10 a Matheus. Já as notas dadas a Érica foram mais variadas, ficando a média em torno de 8,5. Observa-se que as médias das notas destes licenciandos, que já têm experiência com o ensino, para as respostas corretas, ficaram acima das médias da amostra geral. Em relaçãoàs respostas incorretas, as médias das notas destes licenciandos foram semelhantes às médias da amostra geral. Isso indica que este grupo, talvez devido à experiência em avaliar seus alunos, deu mais valor às respostas corretas que os demais. Em relação à escolha da resolução mais parecida com a que ele próprio daria, 4 dos 7 licenciandos/professores indicaram a resposta de Matheus, enquanto dois escolheram a de Renata e um disse que a resposta de Érica seria mais parecida com a sua, alegando que *"foi como aprendi no ensino fundamental".* Na realidade, talvez ele também ensine usando essa estratégia.

Assim como nas conclusões da pesquisa de Aguilar Jr., os resultados desta pesquisa não indicam diferença significativa entre a visão dos licenciandos deste grupo e a dos professores de Matemática de modo geral, que priorizam as demonstrações formais, aceitas pela Academia.

Os professores universitários responsáveis pela formação inicial dos professores que dão aulas de Matemática, em todos os níveis, devem se conscientizar de que é preciso mostrar aos futuros professores a possibilidade de considerar as justificativas informais e as tentativas de argumentação dos alunos da Escola Básica. Ao corrigir uma tarefa dos alunos apenas como certo ou errado, sem considerar as tentativas e estratégias utilizadas, mesmo não chegando ao resultado correto, o professor da Escola Básica impede os alunos de observar métodos distintos de resolução. Além disso, é aconselhável que seja requisitado aos alunos que sempre justifiquem suas estratégias de resolução, pois o domínio do processo dedutivo dos alunos deve ser construído, ao longo de toda a sua vida escolar.

Referências

AGUILAR JR., C. A. Postura de docentes quanto aos tipos de argumentação e prova matemática apresentados por alunos do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado apresentada no PEMAT do Instituto de Matemática da UFRJ, 2012.

BALACHEFF, N. “Aspects of proof in pupils’ pratice of school mathematics”. In: PIMM, D. (Ed.). Mathematics, teachers and children, Hodder & Stoughton: London, GB, p. 216-235, 1988.

BRASIL *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Ensino Fundamental – SEF/MEC – Brasília, 1997.

FERREIRA, M. B. C. Uma organização didática em quadrilátero que aproxime o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas. Tese de Doutorado em Educação Matemática apresentada à PUC-SP, 2016.

FONSECA, M. C. F. R., LOPES, M. P., Et Al. O Ensino da Geometria na Escola Fundamental: Três questões para formação do professor dos ciclos iniciais. 2ªed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2002.

GOMES, M. L. M. O ensino da geometria no Brasil nas últimas décadas: da ausência à presença com prevalência de abordagens experimentais. In: I Seminário de Ensino de Geometria, 2007, Ouro Preto. Anais do I Seminário de Ensino de Geometria. Ouro Preto: Editora da UFOP, 2007. v. 1. p. 5-24.

GRANDO, R. C. Investigações Geométricas. In: Lopes, C. A.; Nacarato, A. M. (org.): Educação, matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

HANNA, G. Some Pedagogical Aspects of Proof. Interchange. The Ontario Institute for Studies in Education, Ontario, Canadá. v. 21, n.1, p. 6-13, Mar. 1990.

HOYLES, C. “The Curricular Shaping of Students’ Approaches to Proof”. For the Learning of Mathematics, 17 (1), p. 7-15, 1997.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? Educação Matemática em Revista, Nº 4, p. 3-13. SBEM, Blumenau – SC, 1995.

MATEUS, M. E. A Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de noções concernentes às demonstrações e provas na educação Básica. Tese de doutorado apresentada na Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

NACARATO, A. M. O Ensino de Geometria Nas Series Iniciais. IN: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte – MG, 2007.

NASSER, L. Using the van Hiele Theory to Improve Secondary School Geometry in Brazil. Tese de doutorado apresentada n Universidade de Londres, 1992.

NASSER, L. e SANT'ANNA, N. Geometria segundo a Teoria de van Hiele. Projeto Fundão, Instituto de Matemática, UFRJ, 1997.

NASSER, L. e TINOCO, L. Argumentações e provas no Ensino de Matemática. Projeto Fundão, Instituto de Matemática, UFRJ, 2001.

NASSER, L. e TINOCO, L. Curso Básico de Geometria (em 3 volumes). Projeto Fundão, Instituto de Matemática, UFRJ, 2011.

PAVANELLO, R. M. (1993). O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. Zetetiké, Ano 1, número 1, CEMPEM/F.E.UNICAMP,1993, p..7-17, Março de 1993.

PIETROPAULO, R. C. (Re)Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática. Tese de doutorado apresentada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.