REVISTA EDUCACAO MATEMATICA EM FOCO
ISSN 1981-6979
VOLUME 12, NÚMERO 2. 2024
EDIÇÃO CONTÍNUA - PROPOSTAS DIDÁTICAS E DESAFIOS DE IMPLEMENTAÇÃO
DOI: 10.29327/252910.12.2-4

UM ESTUDO SOBRE A APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA E ARITMÉTICA POR MEIO DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS COM ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

A STUDY ON LEARNING ALGEBRA AND ARITHMETIC THROUGH DIOPHANTINE EQUATIONS WITH STUDENTS IN THE NINTH YEAR OF ELEMENTARY SCHOOL

Bárbara Medeiros Vieira [1]

Samanda Nunes Sales [2]

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo principal verificar a influência do ensino das Equações Diofantinas no processo de aprendizagem algébrica e aritmética dos alunos de uma turma do nono ano da Escola Municipal Mestre Pacífico Siqueira Campos, localizada na cidade de Palmas, Tocantins. Para isso, aplicou-se uma Sequência Didática, desenvolvida em três etapas: emprego de um pré-teste, no primeiro encontro, para observar os conhecimentos prévios dos estudantes; oficina sobre Equações Diofantinas Lineares; e a aplicação de um pós-teste, no último encontro, para verificar as modificações conceituais acerca do conteúdo. A pesquisa foi balizada pelos pressupostos da Engenharia Didática. Os resultados demonstram que a Sequência Didática aplicada refletiu diretamente no método de resolução de questões utilizado pelos estudantes. Percebeu-se que os estudantes deixaram de usar o método de tentativa e erro e passaram a usar conceitos de Equações Diofantinas Lineares, permitindo o desenvolvimento dos raciocínios algébrico e aritmético.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Equações Diofantinas Lineares. Sequência Didática.

ABSTRACT

The main objective of this study was to verify the influence of teaching Diophantine Equations on the algebraic and arithmetic learning process of students in a ninth grade class at the Mestre Pacífico Siqueira Campos Municipal School, located in the city of Palmas, Tocantins. In order to do this, a Didactic Sequence was applied, developed in three stages: a pre-test, in the first meeting, to observe the students' previous knowledge; a workshop on Linear Diophantine Equations; and the application of a post-test, in the last meeting, to verify the conceptual changes about the content. The research was based on the assumptions of Didactic Engineering. The results show that the Didactic Sequence applied had a direct impact on the method of solving questions used by the students. It was noticed that the students stopped using the trial and error method and started using concepts of Linear Diophantine Equations, allowing the development of algebraic and arithmetic reasoning.

Keywords: Teaching Mathematics. Linear Diophantine Equations. Teaching Sequence.

INTRODUÇÃO

O ensino da matemática nas escolas, perpassou por diversas modificações ao longo dos anos, tais mudanças foram realizadas por alguns motivos, como a mudança de governo e o entendimento de ensino pelos pesquisadores da área (Silva; Sousa; Medeiros, 2020). As principais modificações no ensino de matemática ocorreram nas décadas de 70 e 80, conforme Santos e Leal (2021), o que impulsionou as reconfigurações do

1 Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Tocantins, especialista em Docência do Ensino da Matemática e mestre em Matemática pelo programa PROFMAT. Atualmente é professora EBTT do Instituto Federal do Tocantins (IFTO) - Campus Gurupi. *barbara.vieira@ifto.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3254-477X

2 Graduada em Licenciatura em Ciências Naturais, com habilitação em Biologia, pela Universidade Federal do Maranhão. Mestra em Ensino de ciências e matemática, pela Universidade Federal do Maranhão. Atualmente é técnica em assuntos educacionais do Instituto Federal do Maranhão (IFMA), campus Barreirinhas Samnunes71@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5683-0976

ensino foi a preocupação de oferecer um ensino de qualidade, promovendo um espaço onde os alunos são capazes de compreender os conceitos matemáticos.

As mudanças que ocorreram nas últimas décadas influenciaram diretamente nas modificações do currículo escolar, diante desse contexto, as novas leis que surgiram buscaram contemplar um ensino mais ativo (Silva; Sousa; Medeiros, 2020). Por exemplo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o ensino da matemática ganha um novo caráter, e novas metodologias são assinaladas no documento. Conforme Brasil (1998), a História da Matemática, as tecnologias da comunicação, implementação de situações-problemas e dos jogos, por exemplo, são recursos que podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem.

Diversas são as sugestões e alternativas metodológicas que vem sendo assinaladas na literatura da área. Esse movimento é conhecido como Tendências em Educação Matemática, e, nesse panorama de ensino e aprendizagem, pode-se citar diversas tendências, como a Etnomatemática, Modelagem matemática, História da matemática, Resolução de problemas, Jogos, e Tecnologias Digitais. Destacaremos algumas dessas tendências a seguir.

A Etnomatemática, conforme D'Ambrosio (2013), é a matemática praticada pelos grupos culturais. E, no contexto escolar, essa tendência objetiva a construção intercultural da aprendizagem, conforme a realidade que o sujeito vivencia (Pereira *et al*., 2018). Desse modo, a Etnomatemática possibilita uma abordagem diferenciada daquela prevista nos conteúdos escolares, afastando-se da ação que enfatiza os modelos formulados e codificados, aproximando-se do uso de situações que fazem parte da realidade dos sujeitos envolvidos no processo (Pereira *et al*., 2018).

Assim como a tendência supracitada, a Modelagem Matemática busca valorizar a realidade dos estudantes, tecendo uma ponte entre o cotidiano e o saber escolar (Almeida, 2018). Garcia (2024) destaca que os procedimentos para a utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino são: conhecer a situação-problema, familiarização com o assunto; formulação do problema; modelagem do problema matematicamente; resolução do problema; e validação do modelo.

Já na Resolução de problemas, tendência implementada na Sequência Didática deste trabalho, os estudantes têm o contato com um problema que será seu ponto de partida para o desenvolvimento da aprendizagem acerca de um conceito matemático. Conforme Onuchic e Allevato (2004) e Van de Walle (2001), a utilização da resolução de problemas no processo de ensino promove aos estudantes: (i) o foco nas ideias matemáticas e no seu sentido; (ii) o desenvolvimento do pensar matematicamente; (iii) o aumento da autoestima dos estudantes, além de contribuir que os professores tenham *feedback* da aprendizagem dos estudantes.

Para a inserção da resolução de problemas em sala de aula, Onuchic e Allevato (2011) sugerem que as atividades sejam organizadas em dez etapas, a saber: (i) proposição do problema, (ii) leitura individual, (iii) leitura em conjunto, (iv) resolução do problema, (v) observar e incentivar, (vi) registro das resoluções na lousa, (vii) plenária, (viii) busca de consenso, (ix) formalização do conteúdo, (xx) proposição e resolução de novos problemas.

Documentos mais recentes que regem a Educação Básica, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), também assinala um ensino de matemática mais ativo, no qual o estudante seja protagonista no processo de ensino e aprendizagem, no texto desse documento, o ensino de matemática busca promover o letramento matemático, no qual desenvolva competências e habilidades para que os estudantes sejam capazes:

> [...] de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (Brasil, 2018, p. 266).

Na literatura, observam-se diversas metodologias, abordagens e estratégias sendo apontadas para o ensino de matemática atual, como a realizada por Bossi e Schimiguel (2020), cuja pesquisa demonstra que as metodologias ativas vêm ganhando espaço entre os investigadores, pois essa busca superar o modelo tradicional de ensino, no qual os estudantes são sujeitos passivos do processo de ensino e aprendizagem. As metodologias ativas, como o nome sugere, os alunos estão no centro do processo, construindo sua aprendizagem de maneira ativa.

Nessa mesma perspectiva, a resolução de problemas vem ganhando força entre os pesquisadores da área, pois ela permite "[...] envolvimento dos alunos em uma situação cuja solução não é conhecida de imediato, em que eles devem aplicar seus conhecimentos prévios na busca de uma resposta" (Pimenta; Justulin, 2021).

No que diz respeito à aprendizagem da matemática, normalmente, é um processo difícil para os estudantes, por diversos motivos, dentre eles estão a apresentação do conteúdo descontextualizado, refletindo na dificuldade da compreensão dos problemas matemáticos (Silva; Sousa; Medeiros, 2020). A crença de que a matemática é uma disciplina complexa e de difícil compreensão já está enraizada nos estudantes, e, conforme apontado por Oechsler e Kuehn (2023), essa crença se torna um empecilho nos processos de ensino e aprendizagem, pois os estudantes já chegam na sala de aula predisposto a não entender a disciplina.

E, no cenário atual, o ensino da matemática (ainda) é realizado com base no método tradicional, contribuindo para uma defasagem do aprendizado dos estudantes (Costa; Sousa; Cordeiro, 2020). Diante disso, a necessidade de articular o currículo escolar com as reais lacunas presentes nos processos de ensino e aprendizagem é imprescindível para que haja mudanças reais ao ensinar e aprender matemática.

Para Pommer (2013), é essencial criar oportunidades para que os estudantes utilizem as várias linguagens matemáticas, trabalhando com situações-problemas que proporcionem aos alunos um espaço para a seleção, organização e interpretação de informações, de modo a contribuir na construção de argumentos consistentes que balize as tomadas de decisões.

Dentro desse cenário, as Equações Diofantinas Lineares, no Ensino Fundamental, pode ser uma aliada nos processos de ensino e aprendizagem. Conforme Silva, Brito e Sousa (2020), a temática das Equações Diofantinas possibilita a conexão entre diversos conceitos matemáticos, podendo ser aplicado de forma diversa, garantindo a contextualização e interdisciplinaridade.

Nesse contexto de ensino, o interesse dos estudantes pode ser despertado, para compreenderem e ampliarem o entendimento algébrico e aritmético por intermédio de situações-problemas (Pommer, 2013; Silva, 2019). Silva (2019) aponta que as Equações Diofantinas Lineares proporcionam aos estudantes a otimização das linguagens algébrica e aritmética, visto que são ricas em situações-problemas e promove o aprofundamento nessas linguagens.

Nessa direção, tomando como hipótese de que os estudantes do nono ano do Ensino Fundamental podem entender e solucionar situações-problemas envolvendo as Equações Diofantinas Lineares, a presente investigação teve como objetivo central analisar a compreensão prévia dos estudantes acerca desse conteúdo e verificar se houve ou não modificações em seus entendimentos sobre esse tipo de equação, ao fim da execução da Sequência Didática.

MATERIAIS E MÉTODOS

A presente investigação é de cunho qualitativo, balizado pelos pressupostos da Engenharia Didática.

Conforme Pommer (2013), a Engenharia Didática tem duas funções em uma investigação: (i) ser utilizada como uma metodologia qualitativa no campo da matemática e (ii) benéfica para o desenvolvimento de situações didáticas capazes de proporcionarem aos estudantes uma aprendizagem significativa.

Ligada à Engenharia Didática, fizemos uso também da metodologia de resolução de situações-problema, em sua maioria, contextualizadas, pois, conforme Pimenta e Justulin (2021) e Santos *et al*. (2022), a utilização desse tipo de metodologia é essencial, visto que permite que os estudantes mobilizem seus conhecimentos prévios para solucionar uma situação cuja solução não é notada de imediato.

Nesse sentido, realizamos a elaboração de uma Sequência Didática (SD) com cinco encontros semanais, no qual cada encontro teve duração média de 90 minutos, sendo realizados toda terça-feira, no turno vespertino, em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Mestre Pacífico Siqueira Campos, localizada na cidade de Palmas, Tocantins. A pesquisa teve início no mês de novembro e finalizada em dezembro, do ano de 2017.

APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nessa seção descreveremos como ocorreu a aplicação da Sequência Didática elaborada. Contudo, ressaltamos que analisaremos apenas os resultados obtidos no primeiro, quarto e quinto encontro, visto que nosso foco é analisar as respostas do pré-teste e pós-teste, buscando analisar se a Sequência Didática aplicada contribuiu para modificações no entendimento acerca do conteúdo abordado.

No primeiro encontro, aplicamos inicialmente um pré-teste composto por cinco situações-problema (quadro 1), com o objetivo de verificar conceitos prévios dos estudantes acerca do tema Equações Diofantinas Lineares. Nesse primeiro encontro, haviam 28 estudantes e foram dispostos em duplas, buscando proporcionar uma troca de conhecimento entre os estudantes de cada dupla. As duplas foram formadas conforme a preferência de cada estudante, desse modo, não houve interferência das pesquisadoras nessa formação. A primeira atividade desse encontro foi iniciada com a leitura em voz alta das questões, e os estudantes foram orientados a solucionarem os problemas propostos da maneira que soubessem.

Os estudantes apresentaram diversas dúvidas acerca das interpretações dos enunciados das questões, contudo, essas não foram respondidas *a priori*. Neste primeiro momento, não foi observado muito entusiasmo entre os estudantes, provavelmente essa falta de interesse pela atividade pode ser explicada pelo fato da atividade não valer nota.

Quadro 1 – Questões presente no pré-teste

PRÉ-TESTE
Perguntas do pré-teste
1) No Campeonato Brasileiro, cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 ponto e cada derrota vale 0 ponto. Certo time terminou o primeiro turno invicto (nenhuma derrota) e com 43 pontos. Quais as quantidades possíveis de vitórias e empates deste time?
2) De quantas formas é possível sacar R$ 110,00 utilizando apenas cédulas de R$ 20,00 e de R$ 10,00?
3) De quantas maneiras podemos comprar selos de 3 reais e de 5 reais de modo que se gaste exatamente 50 reais? (Hefez, 2006, p. 74)
4) Uma loja de conveniência trabalha com diversas marcas de café. Num determinado mês, um comprador desta loja comprou 2 tipos de café – tipo A (normal) e tipo B (descafeinado). Sabendo-se que ele gastou exatamente R$ 58,00, quais são as diversas maneiras que ele pode adquirir os pacotes do tipo A e do tipo B? O preço do pacote da marca A é R$ 2,00 e do pacote da marca B, R$ 3,00. (Pommer, 2008, p.61)
5) Uma camiseta custa, R$ 21,00, mas comprador só tem notas de R$ 2,00, e o caixa, só de R$ 5,00. Nessas condições, será possível pagar a importância da compra? De que modo? (Santos, 2013, p. 75)

Fonte: Elaborado pelas autoras, 2023

No segundo encontro, foi iniciado a oficina sobre as Equações Diofantinas. Haviam 31 estudantes presentes. Alguns conceitos iniciais foram abordados, tais como: múltiplos, divisores, mínimo múltiplo comum, máximo divisor comum e divisão euclidiana. Cada conceito abordado foi exemplificado por meio de questões. A maior parte dos estudantes apresentaram dificuldade com esses conceitos apresentados, demonstrando apenas o domínio da aplicação mecânica dos algoritmos. Ao serem questionados acerca do real significado dessas definições, nenhum dos estudantes souberam explanar o sentido real dos cálculos realizados. Percebemos, por exemplo, que nenhum deles conseguiram identificar, na divisão euclidiana, a ligação entre dividendo, divisor, quociente e resto, ainda que todos soubessem o nome de cada fator envolvido na divisão. No fim do encontro, foi deixado o seguinte desafio: "Determine um número positivo que dividido por 13 deixa resto 5 e dividido por 7 deixa resto 2".

Já no terceiro encontro foi iniciado com uma discussão das soluções do desafio deixado anteriormente. Nesse encontro, haviam 35 estudantes presentes, entretanto, somente 19 resolveram o problema proposto e todos utilizaram o método da tentativa e erro para resolvê-lo. No qual, 18 alunos encontraram como resposta o número 44. Somente um aluno encontrou mais de uma resposta: os números 44 e 135. Conforme os relatos dos estudantes, houve um gasto de tempo significativo para chegarem a uma solução.

Após discutir e expor suas soluções, os estudantes conseguiram verificar que o desafio apresentava mais de uma solução possível. A posteriori, foram abordados alguns conceitos de Equações Diofantinas Lineares, tais como a sua definição, a condição de existência de solução, a solução particular e a solução geral. Por conta do novo conteúdo, notamos que houve um crescimento no interesse dos estudantes, no qual passaram a ficar mais ativos, realizando questionamentos e tirando suas dúvidas. A seguir demonstramos a resolução do desafio proposto para os alunos.

Solução do Desafio: Seja *n* o número inteiro procurado. Ele deve atender às seguintes igualdades:

$$n = 13x + 5 \text{ e } n = 7y + 2.$$

Associando essas duas igualdades, podemos concluir que devemos buscar as soluções da equação $13x - 7y = -3$. Essa equação tem solução, pois $(13,7) = 1$ e $1 \mid -3$. Escrevendo 1 como uma combinação linear entre 13 e 7 obtemos:

$$13.(-1)-7.(-2) = 1.$$

Multiplicando a equação por -3 teremos:

$$13.(3)-7.(6) = -3.$$

Portanto, $x0 = 3$ e $y0 = 6$ é uma solução particular da equação. Logo, as demais soluções são da forma:

$$x = 3-7t \text{ e } y = 6-13t$$

Como o número investigado é positivo, é necessário que $x \geq 0$ e $y \geq 0$. O que implica que $t \leq$. Como $t \in \mathbb{Z}$, basta que obtenhamos $t \leq 0$, sendo assim, temos infinitos números que são soluções da equação proposta.

A seguir apresentamos os cinco primeiros valores encontrados.

Para $t = 0$, temos $x = 3$, $y = 6$ e $n = 44$;

Para $t = -1$, temos $x = 10$, $y = 19$ e $n = 135$;

Para $t = -2$, temos $x = 17$, $y = 32$ e $n = 226$;

Para $t = -3$, temos $x = 24$, $y = 45$ e $n = 317$;

Para $t = -4$, temos $x = 31$, $y = 58$ e $n = 408$.

Como apontado em momentos anteriores, os estudantes encontraram somente as duas primeiras soluções para o desafio, justifica-se tal ocorrência pelo fato de que, na ocasião que o desafio foi proposto, eles ainda não possuíam o conhecimento necessário para compreender o padrão presente nos resultados e assim resolveram o problema testando valores. Esse episódio pôde evidenciar aos estudantes que a implementação de conceitos formais pode não ser a única forma de solucionar um problema, porém, muitas das vezes, é o jeito mais rápido e eficiente.

Com o intuito de exemplificar e rever os conceitos estudados em toda a oficina, o quarto encontro foi dedicado à resolução das questões presentes no pré-teste (quadro 2), ademais, esse encontro também buscou sanar as possíveis dúvidas dos estudantes. Estavam presentes 33 estudantes, que participaram ativamente nesse encontro, fazendo perguntas e apresentando suas estratégias de resolução das questões.

Quadro 2 – Resolução das questões presentes no pré-teste

RESPOSTAS ESPERADA DO PRÉ-TESTE

1) A situação pode ser descrita pela equação diofantina $3x + y = 43$, onde x é a quantidade de vitórias e y é a quantidade de empates, não sendo necessário representar a quantidade de derrotas, pois estas não valem pontos. Esta equação tem solução, pois $(3,1) = 1$ e $1 \mid 43$. Uma solução particular dela é $xo = 0$ e $yo = 43$. Assim, a solução geral desta equação é da forma: $x = 0 + t$ e $y = 43 - 3t$. Como são pontos em um campeonato, não faz sentido pensar em soluções negativas. Portanto: $0+t \geq 0$ e $43-3t \geq 0$ e $0 \leq t \leq 14$, visto que $t \in Z$. Substituindo então os possíveis valores de ▯ encontramos todas as soluções possíveis.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	43	40	37	34	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

2) Sendo x a quantidade de notas de R$ 10,00 e y a quantidade de notas de R$ 20,00, a situação descrita resume-se a resolver a seguinte equação $10x + 20y = 110$. Dividindo ambos os membros desta equação por 10, temos $x + 2y = 11$. A equação tem solução pois $(1,2) = 1$ e $1 \mid 11$. Uma solução particular da equação é $xo = 1$ e $yo = 5$. Então, as soluções são da forma $x = 1+2t$ e $y = 5-t$. Daí, temos que $0 \leq t \leq 5$. Portanto, 6 formas possíveis.

3) Sendo x a quantidade de selos de R$ 3,00 e y a quantidade de selos de R$ 5,00 a referida situação pode ser presentada pela equação $3x + 5y = 50$. Equação esta que apresenta solução, pois $(3,5) = 1$ e $1 \mid 50$. Uma solução particular é $xo = 0$ e $yo = 10$. Logo, as soluções são da forma $x = 5t$ e $y = 10-3t$. Daí, concluímos que $0 \leq t \leq 3$. Portanto, 4 formas possíveis. Sendo elas:

- Dez selos de R$ 5,00 e nenhum selo de R$ 3,00;
- Sete selos de R$ 5,00 e cinco selos de R$ 3,00;
- Quatro selos de R$ 5,00 e dez selos de R$ 3,00;
- Um selo de R$ 5,00 e quinze selos de R$ 3,00.

4) O problema pode ser representado pela equação $2x + 3y = 58$, onde x é a quantidade de pacotes de café normal e y é a quantidade de pacotes de café descafeinado. A equação tem solução, pois $(2,3) = 1$ e $1 \mid 58$. Uma solução particular é $xo = 29$ e $yo = 0$. Assim, as soluções são da forma $x = 29 + 3t$ e $y = -2t$. Daí, $-9 \leq t \leq 0$. Portanto, dez formas possíveis. São elas:

- Vinte e nove pacotes de café normal e nenhum de café descafeinado;
- Vinte e seis pacotes de café normal e dois de café descafeinado;
- Vinte de três pacotes de café normal e quatro de café descafeinado;
- Vinte pacotes de café normal e seis de café descafeinado;
- Dezessete pacotes de café normal de oito de café descafeinado;
- Quatorze pacotes de café normal e dez de café descafeinado;
- Onze pacotes de café normal e doze de café descafeinado;
- Oito pacotes de café normal e quatorze de café descafeinado;
- Cinco pacotes de café normal e dezesseis de café descafeinado;
- Dois pacotes de café normal e dezoito de café descafeinado.

5) Na compra de um produto vale a seguinte regra Valor pago - Troco = Valor do produto. Então, a situação é representada pela equação $2x - 5y = 21$, em que x representa a quantidade de notas utilizadas pelo comprador e y a quantidade de notas utilizadas pelo caixa. Esta equação possui solução, pois $(2,5) = 1$ e $1 \mid 21$. Uma solução particular é $xo = 13$ e $yo = 1$. Assim, as soluções são da forma $x = 13 + 5t$ e $y = 1 + 2t$. Como $t \in$ N, basta que $t \geq 0$. Portanto, o problema apresenta infinitas soluções. Apresentamos algumas:

t	0	1	2	3
Valor pago	26	36	46	56
Troco	5	15	25	35

Fonte: Elaborado pelas autoras, 2023

Ao final desse encontro, foi deixado um problema, no qual foi estruturado com informações sobre um bazar realizado na escola pelos alunos do nono ano. Os estudantes foram orientados a trazer este problema solucionado por escrito no próximo encontro. Ressaltamos que esse recorte não vai ser apresentado nesse trabalho, pois diverge do nosso objetivo apresentado em momentos anteriores.

No quinto encontro foi finalizado a aplicação da Sequência Didática, com a realização de duas atividades: (i) a resolução do problema do bazar, dedicando 30 minutos de aula e (ii) a aplicação de um pós-teste, dedicando 60 minutos. O pós-teste continha cinco questões diferentes das implementadas no pré-teste (quadro 3). Estavam presentes 38 estudantes nesse dia. Todos fizeram o pós-teste, todavia, como parâmetro de comparação, analisamos somente as resoluções referentes aos 28 estudantes que participaram do primeiro teste.

As duplas formadas no primeiro teste se uniram novamente nesse encontro. Essa união de duplas foi sugerida para que os resultados obtidos no pós-teste fosse o mais fidedigno possível.

Quadro 3 – Perguntas e respostas do pós-teste

PÓS-TESTE

Perguntas do pós-teste e suas respectivas respostas esperadas

1) Em um evento beneficente em prol de crianças com câncer que ocorreu no Centro Cultural Roberto Palmari em 2017 no Município de Rio Claro - SP, foram vendidos R$ 720,00 em ingressos. Sabendo que o valor do ingresso para homens custava R$ 15; 00 e para mulheres R$ 8; 00, quantos homens e quantas mulheres participaram do evento? (Souza, 2017, p. 41)

Resolução: Seja x a quantidade de mulheres e y a quantidade de homens presentes no evento, a equação que representa a situação é dada por $8x + 15y = 720$. Esta equação possui solução, pois $(8,15) = 1$ e $1 \mid 720$. Pelo Teorema de Bézout temos que $8.(2) + 15.(-1) = 1$. Multiplicando ambos os membros da equação por 720 obtemos 8.(1440)+15.(−720) = 720. Então as soluções são da forma $x = 1440 + 15t$ e $y = -720 - 8t$. Daí, $-96 \leq t \leq -90$. Portanto, sete soluções possíveis. Substituindo o valor de □ encontramos todas elas. A saber:

- Quarenta e oito homens e nenhuma mulher;
- Noventa mulheres e nenhum homem;
- Quinze mulheres e quarenta homens;
- Trinta mulheres e trinta e dois homens;
- Quarenta e cinco mulheres e vinte e quatro homens;
- Sessenta mulheres e dezesseis homens;
- Setenta e cinco mulheres e oito homens.

2) Uma aluna, Bianca, fã de música, reserva num certo mês uma certa quantia para a compra de CDs ou DVDs. Se um CD custa R$ 12,00 e um DVD R$ 16,00, quais são as várias possibilidades de aquisição de um deles ou de ambos, gastando-se exatamente R$ 70,00? E qual a equação que representa este problema? (Pommer, 2013, p.40)

Resolução: A equação que representa o problema é dada por $12x + 16y = 70$, onde x é a quantidade de CDs comprados, e y a quantidade de DVDs. A equação não possui solução, pois (12,16) = 4 e 4 - 70. Portanto não é possível ela adquirir CDs e/ou DVDs gastando exatamente R$ 70,00.

---

3) Determine o menor número natural que tem restos 11 e 35 quando dividido, respectivamente, por 37 e 48. (Hefez, 2016, p. 93)

Resolução: Seja N o número procurado. Então N possui as seguintes formas $N = 37x + 11$ e $N = 48y + 35$. Relacionando essas duas igualdades obtemos $37x - 48y = 24$ A equação possui solução, pois (37,48) = 1 e 1 | 24. Aplicando o Algoritmo de Euclides invertido obtemos 37.(13)−48.(10) = 1. Multiplicando ambos os lados desta igualdade por 24 temos 37.(312)−48.(240) = 24. Assim, as soluções são da forma $x = 312 - 48t$ e $y = 240 - 37t$. Como o número procurado deve ser positivo, $t \leq 6$. N deve ser mínimo, então $t = 6$. Daí, $x = 312 - 48.6 = 24 \Rightarrow N = 37.24 + 11 = 899$.

---

4) Um laboratório dispõe de 2 máquinas para examinar amostras de sangue, uma delas examina 15 amostras de cada vez enquanto a outra examina 25. Quantas vezes essas máquinas devem ser acionadas para examinar exatamente 2 mil amostras? (Roque; Pitombeira, 1991, p.39)

Resolução: Seja x a quantidade de vezes que a máquina de 15 amostras é acionada e y a quantidade de vezes que a máquina de 25 amostras é acionada, a equação que representa a situação dada é $15x + 25y = 2000$. Para facilitar, podemos dividir ambos os membros da equação por 5, obtendo $3x + 5y = 400$. Esta equação possui solução, pois (3,5) = 1 e 1 | 400. Uma solução particular é $xo = 0$ e $yo = 80$. Então, as soluções são das formas $x = 5t$ e $y = 80 - 3t$. A solução deve ser positiva, logo $0 \leq t \leq 26$. Portanto, temos 27 soluções possíveis. Listaremos algumas:

- Se $t = 1$, temos $x = 5$ e $y = 77$;
- Se $t = 2$, temos $x = 10$ e $y = 74$;
- Se $t = 3$, temos $x = 15$ e $y = 71$

---

5) Um time de basquete é formado por 5 pessoas, um time de vôlei é formado por 6 pessoas. Quantas quadras de basquete e quantas quadras de vôlei são necessárias para que 390 pessoas joguem ao mesmo tempo? (Castro, 2013, p. 54).

Resolução: Para que cada partida aconteça são necessários dois times de cada esporte. Portanto a equação que representa o problema é dada por $10x + 12y = 390$, onde x representa os times de basquete e y representa os times de vôlei. Dividindo ambos os membros da equação por 2 obtemos $5x + 6y = 195$. Esta equação tem solução, pois $(5,6) = 1$ e $1 \mid 195$. Uma solução particular desta é $xo = 39$ e $yo = 0$, então as soluções são da forma $x = 39 + 6t$ e $y = -5t$. Daí, $-6 \leq t \leq 0$. Logo, temos sete maneiras possíveis. A menor quantidade possível de quadras é 33 e a maior é 39 quadras.

Fonte: Elaborado pelas autoras, 2023

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Realizamos *a posteriori* as análises dos dados coletados por meio de observações e de comparações entre os resultados dos dois testes. Como já assinalado anteriormente, foram aplicados dois testes (um pré e outro pós oficina), com proposito de verificar, de forma quantitativa, o impacto do ensino de Equações Diofantinas na interpretação e resolução de problemas. Na pesquisa quantitativa, os dados podem e são quantificados, centrando na objetividade, tanto na coleta quanto na análise dos dados, e recorrendo à linguagem matemática para descrever as causas do fenômeno estudado e suas relações entre as variáveis, ou seja, a análise dos dados numéricos é realizada por meio de procedimentos estatísticos (Fonseca, 2002). O pré-teste teve o objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema (observar tabela 1). Ressalta-se que duas questões foram construídas pelas próprias pesquisadoras e três foram extraídas de outras fontes.

O teste foi aplicado da seguinte maneira: a turma foi dividida em 14 duplas e foi proposto que cada uma resolvesse as cinco questões. Salientamos que todas as duplas resolveriam questões idênticas, para que assim pudéssemos comparar a relação entre erros e acertos e o método utilizado para solucionar os problemas. Tomamos como acerto aquelas respostas que apresentaram pelo menos uma solução correta para a questão proposta.

A tabela 1 discrimina o resultado quantitativo (acerto, erro e branco) de cada questão presente no primeiro teste.

Tabela 1 – Desempenho dos alunos no Pré-Teste

Questão 1	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	9	4	1
Porcentagem	64%	29%	7%
Questão 2	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	7	5	2
Porcentagem	50%	36%	14%
Questão 3	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	5	4	5
Porcentagem	36%	28%	36%
Questão 4	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	2	5	7
Porcentagem	14%	36%	50%
Questão 5	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	2	7	5
Porcentagem	14%	50%	36%

Fonte: Elaborada pelas autoras, 2023

Por meio da tabela 1, pode-se notar que a questão um teve uma taxa significativa de acertos enquanto comparada com as outras questões. Em relação aos erros, nota-se que a questão cinco foi a que apresentou maior quantidade de erros, e a questão um e três foram as que apresentaram uma menor quantidade. No que tange às questões deixada em branco, percebe-se que a questão cinco foi a que apresentou uma quantidade mais elevada.

Em termos percentuais, observa-se que a primeira questão teve 64% de acertos, 29% de erros e 7% foram deixadas em branco. A segunda questão teve 50% de acertos, 36% de erros e 14% das duplas deixaram em branco. A terceira questão teve 36% acertos, 28% erros e 36% ficou em branco. A quarta questão teve 14% acertos, 36% erros e 50% ficou em branco. E a última questão teve 14% acertos, 50% erros e 36% das duplas deixaram a questão em branco.

Neste primeiro teste, todos os acertos foram dados por tentativa e erro. Conforme Silva, Brito e Sousa (2020), normalmente, quando questões do cotidiano que podem ser solucionadas pela Equação Diofantina Linear, a solução advém do método tentativa e erro, tanto os alunos quanto os professores realizam a implementação do método, deixando de delinear um procedimento específico para o problema proposto.

Camelo (2021) assinala que o método de tentativa e erro é uma das formas possíveis para solucionar uma Equação Diofantina Linear, e, geralmente, é utilizado por não precisar de uma fórmula específica, contudo, esse método pode levar mais tempo para se chegar a uma resposta. Dessa forma, a estratégia utilizada pelos estudantes já era esperada, visto que o método é um caminho amplamente utilizado por esses sujeitos, entretanto, assinalamos que, mesmo utilizando o método de tentativa e erro, é essencial que os estudantes desenvolvam habilidades de escrever aritmética e algebricamente a equação, para que as respostas encontradas sejam mais assertivas.

Apenas duas das quatorze duplas encontraram todas as soluções possíveis: uma delas encontrou todas as soluções em todas as questões e a outra encontrou todas as soluções das questões 1 e 2. Observa-se que, quando a questão trata de temas do cotidiano dos estudantes, como as questões 1 e 2, os alunos compreendem melhor as informações do problema e assim aumentam as chances de acertarem o problema.

Os nossos dados demonstram que a implementação de situações-problemas contextualizadas é uma aliada no processo de aprendizagem dos estudantes, pois, como mostram os dados, houve um aumento significativo da quantidade de acertos; além disso, principal método de resolução utilizado foram os conceitos de Equações Diofantinas Lineares. Ao que tudo indica, a Sequência Didática implementada nessa pesquisa refletiu na mudança do método implementado, bem como gerou uma aprendizagem algébrica e aritmética significativa. Como apontado por Camelo (2021), a inserção de conteúdos de forma contextualizada é importante, visto que proporciona aos alunos o protagonismo no processo de ensino e aprendizagem. Ademais, a contextualização pode despertar o interesse dos alunos em aprender matemática, desse modo, as Equações Diofantinas Lineares vêm sendo apontada como relevantes no processo de entrelaçamento das disciplinas e na promoção de um ensino emancipatório (Rios, 2013; Silva; Brito; Sousa, 2020; Camelo, 2021).

Após três encontros, no qual efetivamente foi trabalhado os conceitos referentes às Equações Diofantinas Lineares, foi aplicado um segundo teste com o objetivo de verificar o aprendizado dos alunos e o impacto causado na interpretação de situações-problema. Nesta ocasião estavam presentes ao total 38 alunos, que também foram divididos em duplas. Desses, 10 não estavam presentes no encontro em que foi aplicado o primeiro teste. Todos eles fizeram o pós-teste, porém optamos por expor os dados separadamente, pois acreditamos que dessa forma o confronto dos resultados será mais proveitoso.

As respostas das duplas que relacionamos na tabela 2 são as mesmas duplas que foram citadas na tabela 1, ou seja, estão presentes apenas informações referentes àquelas duplas que participaram do primeiro teste. A tabela 2 mostra o desempenho quantitativo de cada dupla no segundo teste.

Tabela 2 – Desempenho dos alunos no Pós-Teste

Questão 1	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	10	2	2
Porcentagem	72%	14%	14%
Questão 2	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	11	1	2
Porcentagem	79%	7%	14%
Questão 3	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	1	4	9
Porcentagem	7%	29%	64%
Questão 4	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	7	3	4
Porcentagem	50%	21%	29%
Questão 5	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	1	10	3
Porcentagem	7%	72%	21%

Fonte: Elaborada pelas autoras, 2023

Nota-se, por meio da tabela 2, que a questão dois teve a maior taxa de acertos enquanto comparada com as outras questões. Em relação aos erros, nota-se que a questão cinco foi a que apresentou maior quantidade de erros e as questões um e dois foram as que apresentaram em menor quantidade. No que tange às questões deixada em branco, percebe-se que a questão três foi a que apresentou uma quantidade mais elevada.

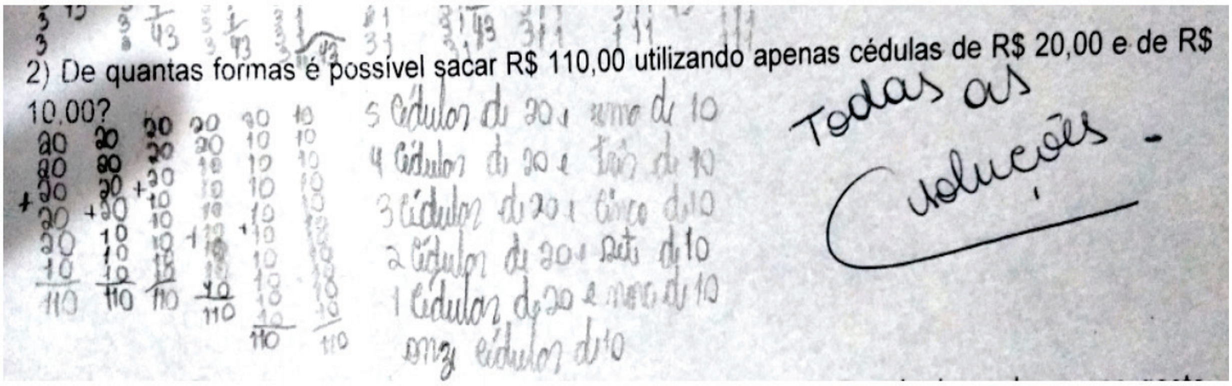
Em termos percentuais, verifica-se que, na primeira questão, 72% das duplas resolveram a questão de forma correta, 14% apresentaram respostas erradas e 14% delas entregaram em branco. Na segunda questão, 79% das duplas solucionaram as questões de forma certa, 7% apresentaram respostas incorretas e 14% das duplas entregaram a questão em branco. Com relação à terceira questão, apenas 7% das duplas resolveram de forma correta, 29% apresentaram soluções errôneas e 64% das respostas foram entreguem em branco. Na quarta questão, nota-se que 50% das duplas apresentaram a resposta correta, 21% apresentaram respostas incorretas e 29% entregaram a questão em branco. E, na última questão, percebe-se que apenas 7% das duplas responderam a questão corretamente, 72% apresentaram a resposta errada e 21% entregaram a questão em branco.

Em relação ao método utilizado pelos alunos para solucionar as questões do pós-teste, verificou-se que maioria aplicou os conceitos e definições de Equações Diofantinas e não tentativa e erro. Ao que tudo indica, a Sequência Didática implementada nessa pesquisa refletiu na mudança do método implementado. O resultado é importante, pois demonstra que os alunos utilizaram a linguagem matemática das Equações Diofantinas Lineares, e, conforme Rios (2013), transcender o método de tentativa e erro é necessário, visto que tal método não possui critérios específicos e não concede segurança ao estudante sobre ter achado todas as soluções da situação-problema proposta.

Dessa forma, observamos que alguns fatores que refletiram diretamente nos resultados obtidos, tais como: uma baixa quantidade de encontros; o conteúdo da oficina ter sido ministrado concomitantemente a outros conteúdos programáticos e o fato do pós-teste ter sido aplicado na mesma semana que provas bimestrais estavam acontecendo. Apesar de todos esses obstáculos, os resultados obtidos, por meio do pré-teste e pós-teste, sinalizam que tivemos um aumento de 20% nos acertos, uma diminuição de 16,66% nos erros e de 4,76% nas questões deixadas em branco.

As figuras 1 e 2 são de uma mesma dupla e nos demonstram uma modificação no método de resolução dos problemas propostos. Somente a referida dupla acertou a questão de número 5 do Pós-teste.

Figura 1 – Solução da questão 2 do Pré-Teste

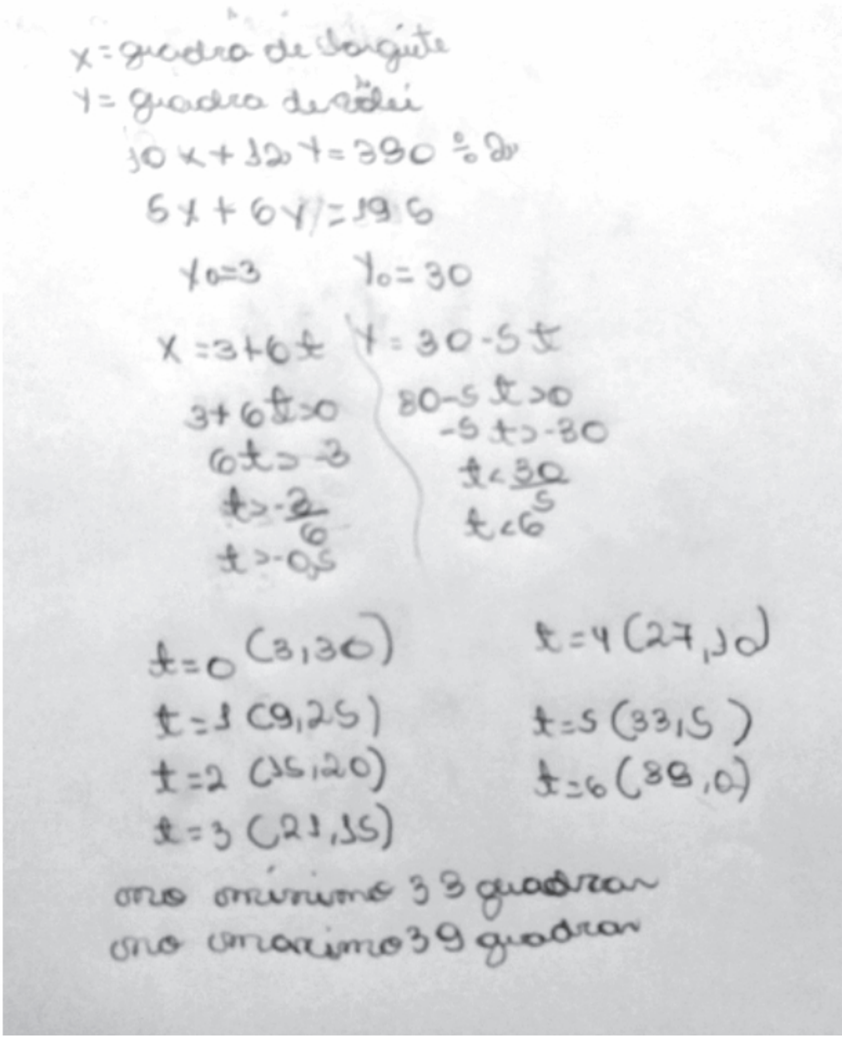


Fonte: Acervo pessoal

Por meio da figura 1, observa-se que a dupla resolveu o problema do pré-teste, como já imaginado, por meio do método de tentativa e erro, e como mencionado em momentos anteriores, tal método é uma das estratégias capaz de resolver o problema proposto, contudo, existe situações (aquelas que não possuem solução inteira) que o método acaba se tornando inviável para os alunos, pois exigirá um tempo imenso para testagem de valores (Rios, 2013).

Na figura 2, é perceptível a modificação de método empregado pela dupla, deixando de utilizar o método de tentativa e erro para aplicar conceitos da Equação Diofantina Linear.

Figura 2 – Solução da questão 5 do Pós-Teste



Fonte: Acervo pessoal

A figura 2 demonstra que a referida dupla utilizou a linguagem matemática das Equações Diofantinas Lineares, isso nos sinaliza que a Sequência Didática influenciou na mudança do método dos estudantes, como apontado anteriormente. Essa modificação é relevante para a aprendizagem dos estudantes, pois, ao implementar os conceitos da Equação Diofantina Linear na solução do problema, os estudantes alcançarão uma solução mais segura, visto que o método de tentativa e erro, em algumas situações, pode ser inviável (Rios, 2013).

Apresentamos ainda uma terceira tabela, que demonstra o desenvolvimento das cinco duplas que participaram somente do segundo teste aplicado, pois, como mencionado anteriormente, esses estudantes não estavam presentes no dia em que foi efetuado o primeiro teste. Ademais, ressaltamos que esses dados estão apresentados aqui de forma isolada pelo fato de não haver critério de comparação.

Tabela 3 – Desempenho dos alunos que participaram apenas do Pós-Teste

Questão 1	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	4	1	0
Porcentagem	80%	20%	0%
Questão 2	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	5	0	0
Porcentagem	100%	0%	0%
Questão 3	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	0	2	3
Porcentagem	0%	40%	60%
Questão 4	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	3	1	1
Porcentagem	60%	20%	20%
Questão 5	**Acerto**	**Erro**	**Em branco**
	1	3	1
Porcentagem	20%	60%	20%

Fonte: Elaborada pelas autoras, 2023

Em termos percentuais, pode-se notar, por meio da tabela 3, que a questão um teve 80% de acertos e 20% de erros, ou seja, nenhuma questão foi entregue em branco. A segunda questão teve uma taxa de 100% de acertos. Já a terceira questão não teve nenhum acerto, 40% das duplas entregaram uma resposta incorreta e 60% das duplas entregaram a questão em branco. A quarta questão teve 60% de acertos, 20% erros e 20% das duplas entregaram a questão em branco. A última questão teve apenas 20% de acertos, 60% das duplas responderam incorretamente e 20% entregaram a questão em branco.

Analisando os resultados das questões um e dois, observamos que a maioria dos estudantes compreenderam conceitos fundamentais como a definição de uma equação Diofantina, a condição essencial para haver uma solução e como se comporta as soluções. Contudo, por meio do baixo desempenho dos estudantes na terceira questão, percebemos que eles não desenvolveram o entendimento sobre o algoritmo de Euclides aplicado na ordem inversa, já que, para solucionar essa questão, era indispensável que os estudantes usassem esse algoritmo.

As resoluções da questão quatro nos revelam que a maioria dos estudantes dividiram os membros da equação por um valor conveniente, com o intuito de deixá-la mais simples, facilitando a resolução.

No que concerne à quantidade de erros na questão cinco, o resultado nos demonstra que os alunos não conseguiram interpretar as informações da forma adequada, visto que a maioria dos estudantes, para representar o problema, escreveram a seguinte equação:

$$5x + 6y = 390.$$

A equação supracitada nos mostra que os estudantes desconsideraram que para uma partida de vôlei acontecer é preciso haver dois times com seis pessoas; e para uma partida de basquete é preciso dois times com cinco pessoas. Desse modo, a equação correta seria:

$$10x + 12y = 390.$$

Mesmo os estudantes que conseguiram encontrar uma solução para a questão cinco por tentativa e erro, pudemos notar também que esses desconsideraram o fato de ser necessário duas equipes para cada partida.

No que tange à interferência da oficina no processo de aprendizagem dos estudantes, fica ainda mais notório quando analisamos os dados referentes às duplas que participaram somente do pós-teste, pois o índice de acertos dessas duplas foi superior a 50%. Desse modo, esse resultado nos evidencia que o ensino, ainda que de forma superficial, de conceitos relacionados a Equações Diofantinas Lineares pode influenciar positivamente no processo de aprendizagem dos estudantes, favorecendo na forma como esses interpretam e solucionam problemas algébricos e aritméticos.

Além disso, ressaltamos que o uso da metodologia de Resolução de Problemas (e tentativa e erro), associada à aplicação do conteúdo de forma contextualizada, pode contribuir significativamente nos processos de ensino e aprendizagem, sendo capaz de despertar o interesse dos estudantes, favorecendo que esses deixem de ser apenas receptores passivos de conhecimento e atuem como construtores do próprio saber.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento da presente investigação proporcionou uma análise da interferência do ensino de Equações Diofantinas Lineares na interpretação e resolução de problemas por estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Tocantins. Por meio de uma Sequência Didática, no qual implementamos problemas contextualizados, para que a resolução de problema fosse melhor compreendida pelos estudantes.

Por meio das análises dos dados, coletados através de dois testes I (pré-teste) e II (pós-teste), foi possível verificar que os estudantes compreenderam quando existe ou não uma solução para uma Equação Diofantina e quando há mais de uma solução para um problema; conseguiram relacionar os conceitos de Equações Diofantinas com outros conteúdos estudados anteriormente como múltiplos, divisores e Sistemas de Equações. Os estudantes também conseguiram modificar o método de resolução do problema, deixando de utilizar o de tentativa e erro como estratégia principal para utilizarem o uso do múltiplo ou divisor de um número como ferramenta facilitadora. Notamos que os alunos conseguiram escrever corretamente as equações que representavam a maioria os problemas propostos e nos casos possíveis, escreveram também a forma mais simples dessas equações, afim de auxiliar na resolução dos problemas. Tal resultado é importante, pois demonstra que os alunos obtiveram uma melhora significativa no processo de aprendizagem algébrica e aritmética.

A aplicação dos dois testes conseguiu demonstrar modificações importantes, no que diz respeito aos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao assunto, pois obtivemos um aumento significativo na quantidade de acertos e uma queda na quantidade de erros e questões deixadas em branco. Um fator negativo que foi observado refere-se a data de aplicação do Pós Teste, já que essa aplicação se deu na semana de provas bimestrais. A maioria dos estudantes não estavam totalmente focada no estudo de um conceito que não valia nota e que não fazia parte do currículo formal da disciplina.

Portanto, ressaltamos que o ensino de Equações Diofantinas é um forte aliado no processo de ensino e aprendizagem da matemática, visto que os estudantes podem desenvolver conhecimentos matemáticos essenciais para a compreensão de outros conceitos da área, desse modo, é sugerido aqui que os professores de matemática implementem esse conteúdo em suas aulas e utilizem essas metodologias da Engenharia Didática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. H. de. A interconexão das tendências da educação matemática. **CoInspiração-Revista dos Professores que Ensinam Matemática**, v. 1, n. 2, p. 1-15, 2018.

BOSSI, K. M. L.; SCHIMIGUEL, J. Metodologias ativas no ensino de Matemática: estado da arte. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 4, p. e47942819-e47942819, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CAMELO, F. C. de S. **A relevância das equações diofantinas lineares para a educação básica**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em matemática) – Universidade Federal de São Paulo, Diadema, 2021.

CASTRO, F. Z. de. **Uma Proposta de Sequência Didática para Treinamento Olímpico em Matemática**. 2013. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, 2013.

COSTA, R. P. da; SOUSA, C.; CORDEIRO, L. Z. O ensino de Matemática na Base Nacional Comum Curricular nos anos finais do Ensino Fundamental. **Ensino Em Revista**, Uberlândia, MG, v.27, n.2, p.572-594, 2020.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática** – o elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed.

Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013. (Coleção Tendências em Educação

Matemática, 1).

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

GARCIA, V. S. S. Tendências em educação matemática. **Revista de Educação a Distância do IFSC,** Florianópolis-SC - v.1, n.5, julho/2024, p.18-23.

HEFEZ, A. **Elementos de Aritmética**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

HEFEZ, A. **Exercícios Resolvidos de Aritmética** – Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

OECHSLER, V.; KUEHN, A. Imagem da matemática: a visão dos alunos da educação básica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 16, n. 1, p. 293-317, 2023.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. BOLEMA. **Boletim de Educação Matemática**. UNESP. Rio Claro, v.25, p.73-98, 2011.

PEREIRA, A. L. *et al*. Etnomatemática: possibilidades de inovação escolar. **Educação Matemática em Revista**, v. 23, n. 60, p. 43-58, 2018.

PIMENTA, G. L. M.; JUSTULIN, A. M. Uma experiência de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas através da Resolução de Problemas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 5, n.11, p. 1-17, 2021.

POMMER, W. M. **Engenharia Didática em sala de aula**: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo, 2013.

RIOS, D. G. **Equações Diofantinas Lineares na Educação Básica**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São João del-Rei, 2013.

ROQUE, G. L.; PITOMBEIRA, J. Uma equação diofantina e suas resoluções. **Revista**

do Professor de Matemática, v. 19, p. 39–47, 1991.

SANTOS, S. M. F. dos; LEAL, D. A. O Ensino de Matemática no Brasil com ênfase na Geometria. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 1, p. 10647-10662, 2021.

SANTOS, J. T. M. dos *et al.* Resolução de Problemas como estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 9, n. 25, p. 111-124, 2022.

SILVA, A. C. **As Equações Diofantinas Lineares no currículo da Educação Básica**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2019.

SILVA, A. G. S.; SOUSA, F. J. F. de; MEDEIROS, J. L. de. O ensino da matemática: aspectos históricos. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 8, p. e488985850-e488985850, 2020.

SILVA, D. A.; BRITO, A. S.; SOUSA, V. G. de. Equações Diofantinas Lineares: um estudo com estudantes do 1º ano do Ensino Médio. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v.6, n.2, p.e2009, 2020.

SOUZA, R. S. de. **Equações Diofantinas Lineares, Quadráticas e Aplicações**. 2017.

Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Estadual Paulista, Rio Claro -

SP, 2017.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.