

**O PENSAMENTO ESTATÍSTICO REVELADO EM UMA ATIVIDADE DE  
MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS  
DOI 10.29327/252910.10.1-8**

*STATISTICAL THINKING REVEALED IN A MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY IN THE EARLY YEARS*

**Andréa Regina Teixeira Nunomura**

nunomuraandrea@gmail.com

Secretaria Municipal de Londrina

**Karina Alessandra Pessoa da Silva**

karinasilva@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**Magna Natalia Marin Pires**

magna@uel.br

Universidade Estadual de Londrina

**RESUMO**

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada com estudantes dos anos iniciais em atividades de Modelagem Matemática com o objetivo de evidenciar manifestações do pensamento estatístico. A base teórica tem como aporte autores que tratam do pensamento estatístico como um importante componente para criticar e avaliar os resultados de um problema ou de um estudo estatístico, e em autores que consideram a Modelagem Matemática uma alternativa pedagógica que faz uso de situações reais para estudar fenômenos que nos rodeiam. A atividade sobre a qual lançamos nosso olhar teve como temática o desperdício de alimentos na merenda escolar. O desenvolvimento da pesquisa está embasado nos aportes teóricos referentes à pesquisa qualitativa. Com este estudo evidenciamos que a atividade de Modelagem Matemática apresentada viabilizou a utilização e exploração do pensamento estatístico a partir da construção e aprimoramento do modelo matemático, mediante solicitação da professora.

Palavras-chave: Pensamento Estatístico; Modelagem Matemática; Anos Iniciais; Desperdício de Alimentos.

**ABSTRACT**

This paper presents the results of a survey carried out with students from the early years in Mathematical Modeling activities with the aim of showing evidence of statistical thinking manifestations. The theoretical basis is based on authors who deal with statistical thinking as an important component to criticize and evaluate the results of a problem or a statistical study, and on authors who consider Mathematical Modeling a pedagogical alternative that makes use of real situations to study phenomena that surround us. The activity on which we launched our eyes had as its theme the waste of food in school lunches. The development of the research is based on theoretical contributions regarding qualitative research. With this study we show that the Mathematical Modeling activity presented the use and exploration of statistical thinking from the construction and improvement of the mathematical model, at the request of the teacher.

Palavras-chave: Statistical Thinking; Mathematical Modeling; Early Years; Food Waste.



## 1. INTRODUÇÃO

Para exercer a sua plena cidadania no mundo atual, o sujeito precisa saber se comunicar, interpretar códigos e símbolos, além de ser crítico e fazer escolhas. Dentro dessas exigências nos deparamos com a Estatística. Para Gal (2002, p. 1), o letramento estatístico é considerado como “uma habilidade chave esperada de cidadãos em sociedades sobrecarregadas de informação”.

No contexto educacional, o entendimento dessa ciência vai além da resolução de problemas de livros didáticos. É necessário que os estudantes interajam com o contexto, elaborem objetivos de pesquisas e colem dados para ser tratados, subsidiando a compreensão do fenômeno estudado. Ao desenvolver essas ações os alunos acessam o pensamento estatístico.

Uma possibilidade de implementar atividades que acessem o pensamento estatístico considerando situações baseadas em dados provenientes do contexto dos alunos é a Modelagem Matemática. Entendida como uma alternativa pedagógica, a Modelagem Matemática compreende uma situação inicial (problemática) cuja resolução é subsidiada por procedimentos matemáticos para se chegar a uma situação final (solução) (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). As ações empreendidas em atividades de Modelagem Matemática aproximam os alunos de dados qualitativos e quantitativos coletados de forma empírica ou não. Esses dados de forma geral precisam ser tratados para se chegar a uma solução para o que se propôs a investigar.

Na literatura, pesquisadores têm se dedicado a articular Modelagem Matemática e Educação Estatística (DOERR; ENGLISH, 2003; CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011; MENDONÇA; LOPES, 2011; FERREIRA et al, 2016; VERTUAN; SILVA, 2018). No que compete aos anos iniciais, o número de atividades de Modelagem Matemática é muito pequeno. “indicando a necessidade de novos estudos ou pesquisas” (VILLA-OCHOA; SOARES; ALENCAR, 2019, p. 63).

É neste íterim, da implementação de atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental articulada com Educação Estatística, com vistas ao desenvolvimento do pensamento estatístico, que se situa nossa investigação. Neste artigo, trazemos reflexões para a questão de pesquisa: Que manifestações do pensamento estatístico podem ser evidenciadas em uma atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais? Para isso, tratamos de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida por estudantes de um 4º ano do Ensino Fundamental, que se interessaram em investigar o desperdício de alimentos na merenda escolar.

Para apresentar tais reflexões organizamos o texto em cinco tópicos, além desta introdução. O quadro teórico que rege nossas análises é apresentado no segundo e terceiro tópicos. Em seguida, descrevemos os aspectos metodológicos da pesquisa qualitativa que desenvolvemos. Uma análise e uma descrição da atividade desenvolvida são apresentadas no quinto tópico. Por fim, tecemos nossas considerações.

## 2. PENSAMENTO ESTATÍSTICO NOS ANOS INICIAIS

Documentos curriculares de Matemática (BRASIL, 1997; BRASIL, 2002; BRASIL, 2018) apontam que os conteúdos de Estatística devem subsidiar tomadas de decisões na vida cotidiana. Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, esses mesmos documentos indicam que os conteúdos devem abordar a coleta e organização de dados, apresentação em tabelas e gráficos, leitura, interpretação e análise crítica. Pesquisas na área da Educação Estatística (GARFIELD; BEN-ZVL, 2005; MORAIS, 2006; FERNANDES, 2014; LOPES; SOUZA, 2016; PERIN; CAMPOS, 2020) referem-se ao pensamento estatístico. De acordo com Garfield e Ben-Zvl (2005, p. 7):

O pensamento estatístico envolve a compreensão da natureza da amostragem, como fazemos inferências a partir de amostras de populações, e porque experimentos planejados são necessários para estabelecer a causalidade. Inclui uma compreensão de como os modelos são usados para simular fenômenos aleatórios, como os dados são produzidos para estimar probabilidades e como,



quando e porque as ferramentas inferenciais existentes podem ser usadas para auxiliar um processo investigativo. O pensamento estatístico também inclui ser capaz de compreender e utilizar o contexto de um problema na formação de investigações e tirar conclusões e reconhecer e compreender todo o processo (desde a formulação de perguntas até a coleta de dados, passando pela escolha de análises e testes suposições, etc.). Finalmente, os pensadores estatísticos são capazes de criticar e avaliar os resultados de um problema resolvido ou de um estudo estatístico.

Para Moraes (2006, p. 24),

a formação do pensamento estatístico enfatiza a necessidade e a produção dos dados, como também o estudo da variação por eles apresentada. No entanto, a capacidade de leitura e interpretação de dados, organizados em tabelas e gráficos, desenvolve habilidades condizentes com um nível de letramento estatístico.

Os elementos elencados por Moraes (2006) são os mesmos apresentados pelos documentos curriculares para os anos iniciais mencionados no início desse tópico e são eles que estão envolvidos com o pensamento estatístico segundo Garfiel e Bem-Zvl (2005).

Considerando os elementos e as reflexões que envolvem e definem o pensamento estatístico é importante que os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental trabalhem com temas de seu interesse, experienciem a coleta de dados, trabalhem com diversidade de variáveis; analisem e discutam dados coletados e organizados; trabalhem em grupos para troca de ideias e construção de significados; usem a tecnologia para compreender conceitos; sejam avaliados pelas relações e julgamentos que estabelecem para um conjunto de dados (PERIN; CAMPOS, 2020).

Levando em conta as considerações a respeito do pensamento estatístico dos autores supracitados, neste artigo evidenciamos manifestações desse pensamento em uma atividade de Modelagem Matemática, desenvolvida por crianças do 4º ano do Ensino Fundamental.

### 3. EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E MODELAGEM MATEMÁTICA

Considerando a relevância do desenvolvimento do pensamento estatístico nos anos iniciais e que esse pode ser favorecido “pela reflexão realizada com base em situações reais” (MENDONÇA; LOPES, 2011, p. 721), nos subsidiamos na Modelagem Matemática.

Tendo em mente as diferentes configurações para a Modelagem Matemática, nos pautamos nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 9) que a caracterizam como “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. O problema consiste no alicerce de uma atividade de Modelagem e está associado a uma questão em que uma resposta não é conhecida de antemão, porém tem-se a intenção de conhecê-la.

Assim como Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011, p. 56-57), entendemos que “o ensino e a aprendizagem na perspectiva da modelagem matemática fornecem aos alunos a oportunidade de produzir seus dados, investigar, analisar, discutir, criticar, tornando-os assim corresponsáveis pelo seu próprio aprendizado”. Os apontamentos dos autores para com a Modelagem Matemática

mostram-se relevantes no contexto da Educação Estatística, sobretudo em relação ao desenvolvimento das habilidades de raciocínio e pensamento estatísticos, uma vez que pressupõem o trabalho com situações reais que estimulam investigação, formulação de problemas, explorações, descobertas, interpretação e reflexão (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 57).



Subsidiados em referenciais teóricos que consideram o aspecto cíclico de uma atividade de Modelagem Matemática, Perin e Campos (2020) evidenciaram que nas diferentes etapas que configuram essa tendência da Educação Matemática é possível estabelecer relações com “os tipos de raciocínio e os elementos do pensamento estatístico” (PERIN; CAMPOS, 2020, p. 18). Nessa mesma direção, a partir de uma pesquisa empírica com estudantes do Ensino Superior, Vertuan e Silva (2018, p. 320) evidenciaram que “o pensamento estatístico é manifestado desde o planejamento de ações para a coleta de dados, a coleta propriamente dita e a organização desses dados, a interpretação de dados via conceitos da Estatística Descritiva, bem como a utilização de diferentes representações para pensar o problema”.

Nas etapas de encaminhamento de uma atividade de Modelagem, “os alunos podem representar seus dados criando listas ou tabelas ordenadas, usando codificação de cores ou produzindo uma variedade de gráficos” (ENGLISH, 2016, p. 187). Essas diferentes representações subsidiadas por estruturas matemáticas são, na literatura, caracterizadas como modelos matemáticos. Nos anos iniciais, os modelos matemáticos apresentam especificidades “no que se refere à simbologia matemática” (TORTOLA; ALMEIDA, 2018, p. 146) devido aos conhecimentos matemáticos dos alunos. Porém, dependendo das orientações do professor, no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática podem-se resultar “modelos de variados níveis de sofisticação” (ENGLISH, 2016, p. 187).

Segundo Ärlebäck e Doerr (2018, p. 189), “a aprendizagem do conteúdo matemático ocorre enquanto os alunos desenvolvem um modelo matemático útil e generalizado que pode ser usado e reutilizado em uma variedade de estruturas de contextos semelhantes”.

O que podemos conjecturar todavia, é que em uma atividade de Modelagem Matemática, o problema é definido a partir de uma situação da realidade, em que se parte de uma situação inicial (problemática) do mundo real e obtém-se uma situação final (solução) para o que se propôs a investigar. Nesse encaminhamento são configuradas ações tais como busca por informações, realização de simplificações, identificação de variáveis, definição de hipóteses, dedução de um modelo matemático, validação de tal modelo e comunicação de seus resultados (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Por meio da análise de um modelo matemático desenvolvido, o “conteúdo matemático é estudado e compreendido à medida que se busca resolver os problemas práticos da realidade, as situações-problema, os fenômenos reais” (SOUZA; LARA, 2017, p. 116).

Para Ärlebäck e Doerr (2018, p. 189), “os alunos desenvolvem, modificam e usam modelos para dar sentido a contextos e problemas específicos, interagindo com outros alunos em vários ciclos em que conjecturam, interpretam, descrevem e explicam alguma situação problemática”. Nesse sentido, defende-se que atividades de Modelagem Matemática são essencialmente colaborativas, em que o trabalho em grupo é seu aporte, ou seja, “grupos de alunos orientados e estimulados pelo professor desenvolvem as atividades” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 25).

Considerando a característica investigativa que a Modelagem Matemática possibilita em sala de aula, Mendonça e Lopes (2017) afirmam que existe convergência com a Educação Estatística. Para English (2016, p. 188), “problemas que incluem dados qualitativos e quantitativos podem ajudar os alunos a lidar de forma mais eficaz com informações fora da sala de aula e também podem facilitar suas habilidades na realização de investigações estatísticas”. E é nesse contexto que nos apoiamos em nossa investigação, conforme apresentamos no tópico a seguir.

#### 4. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este artigo encaminha-se no sentido de evidenciar manifestações do pensamento estatístico, quando estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental desenvolvem atividades de Modelagem Matemática. A atividade sobre a qual lançamos nosso olhar teve como temática o desperdício de alimentos de merenda escolar. Essa temática foi escolhida pelos estudantes orientados pela professora, que doravante nos



referenciamos por Prof. Trata-se de uma das atividades desenvolvidas no trabalho de dissertação da primeira autora (NUNOMURA, 2021).

O desenvolvimento da atividade ocorreu em 5 horas/aula em uma escola de Ensino Fundamental no norte do Paraná, no ano de 2019, por uma turma de 22 estudantes do 4º ano, que ao longo do texto são referenciados por E1, E2, ..., E22.

O tema surgiu de um problema relacionado ao cotidiano dos estudantes e, por meio de um questionamento da professora, tornou-se temática de investigação. Para o desenvolvimento da atividade, os estudantes foram organizados em quatro grupos, com cinco ou seis integrantes em cada.

Os dados que subsidiam nossas análises foram coletados por meio dos registros escritos dos estudantes, gravações de áudio e vídeo, diário de campo da professora e fotos.

A pesquisa está embasada nos aportes teóricos referentes à pesquisa qualitativa que, segundo Bogdan e Biklen (1994), é aquela pesquisa em que os investigadores procuram entender o processo pelo qual as pessoas constroem significados e os descrevem. Isto é, na pesquisa qualitativa os pesquisadores têm como objetivo melhor compreender o comportamento e a experiência humana.

Os dados são predominantemente descritivos. A preocupação com o processo é maior que com o produto: “o interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas” (LÜDKE; ANDRÉ, 2005, p. 12).

Assim, pautamos nossas análises de acordo com a pesquisa qualitativa, observando o pensamento estatístico presente no percurso da atividade desenvolvida.

## 5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA

Em um dia chuvoso em que os estudantes foram orientados a permanecer na sala de aula, durante o recreio, a professora solicitou ao E5 que fosse até à cantina saber qual era o lanche preparado naquele dia. Ao retornar para a sala de aula, esse aluno se mostrou desanimado informando aos colegas É canjica! O desânimo foi geral, apenas três estudantes dirigiram-se à cantina para pegar o lanche. Neste momento, a professora olhou para os estudantes e disse:

*Prof: Gente, vocês estão muito enjoados, com esse friozinho uma canjica quentinha vai bem!*

[Todos riram!]

*Prof: Imaginem vocês, as cozinheiras cozinham uma quantidade de alimento para todos vocês daqui da sala e quantos foram comer?*

*E4: Três.*

*Prof: Então vocês sabem o que acontece com o que sobra?*

Todos permaneceram em silêncio, nem mesmo Prof sabia se as sobras eram doadas ou jogadas fora, então pediu ao E8 que fosse até a cantina e se informasse sobre essa questão. Ele retornou e disse:

*E8: Quando termina o horário do recreio, as cozinheiras pesam as sobras, anotam num papel e jogam tudo no lixo, seja o resto do prato ou da panela tudo vai para o lixo.*

Quando o E8 disse que toda merenda ia para o lixo, alguns estudantes demonstraram tristeza, outros



se mostraram indiferentes, e um grupo de estudantes disse que a escola deveria doar a comida que sobrava porque no bairro tinha muita gente que precisava e que iria gostar de receber comida. Neste momento o E22 questionou a professora:

*E22: Professora, quanto de comida é jogado fora?*

[A professora acenou com as mãos que não sabia]

*Prof: Boa pergunta! Que tal se nós descobrissemos a quantidade de comida que é desperdiçada na escola durante um dia todo, levando em consideração que temos o lanche da manhã, o almoço e o lanche da tarde?*

*E8: E se a gente pesquisasse de uma semana?*

*Prof: Ótima ideia E8, se todos concordarem!*

[Todos os estudantes da turma concordaram]

Diante de uma situação-problema da realidade dos estudantes se configurou um problema a ser investigado: *Quanto de comida é jogado fora?*. De certo modo, havendo um problema que os alunos não tinham a resposta de antemão, mas que se interessaram em responder. Iniciava-se, então, o que se chama inteiração no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Com o problema posto, havia a necessidade de se definirem ações para dar encaminhamento à atividade. A maioria dos estudantes da turma mostrou-se interessada e então foram iniciadas as discussões sobre como se daria o processo de coleta de dados para desenvolver a atividade. Essa se constitui uma primeira ação, coletar dados. A coleta de dados qualitativos e quantitativos subsidiam o início da matematização da atividade e podem ajudar os alunos a desenvolver “suas habilidades na realização de investigações estatísticas” (ENGLISH, 2016, p. 188).

Nesse primeiro momento, Prof orientou os estudantes que se organizassem em grupos e que precisaria também dos estudantes que ficavam o dia todo na escola, que participavam do contraturno (quatro estudantes da turma), pois teriam que acompanhar a pesagem após o almoço e após o lanche da tarde. Os grupos de estudantes foram se formando e a Prof combinou com eles que iria conversar com as cozinheiras para ver se elas autorizavam que eles acompanhassem a pesagem dos alimentos. O trabalho em grupo é o aporte de uma atividade de Modelagem Matemática; grupos bem orientados desenvolvem a atividade (ALMEIDA; SILVA; VERTUN, 2012).

Para organizar as anotações e deixar o trabalho mais dinâmico, Prof fez uma cópia simplificada da planilha que as cozinheiras usavam para anotações, conforme Figura 1.

Figura 1: Cópia da planilha simplificada

CONTROLE – ENSINO FUNDAMENTAL – ENSINO INTEGRAL					
	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Lanche da manhã					
Almoço					
Lanche da tarde					

Fonte: Arquivo da professora (2019).

No primeiro dia de coleta, os estudantes fotografaram todo o processo com uma máquina fotográfica disponibilizada pela professora. Prof acompanhou a pesagem do lanche da manhã juntamente com todos os estudantes, para que eles pudessem observar como deveriam proceder posteriormente. Na hora do almoço eles pesaram cada alimento que sobrou e com a ajuda de uma calculadora somaram as sobras e anotaram o valor na planilha. O mesmo procedimento foi realizado com o lanche da tarde. Com essa atividade, foi oportunizada a produção de dados pelos alunos para que investigassem, analisassem, discutissem e criticassem, tornando-os corresponsáveis pelo aprendizado (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Durante uma semana, os estudantes acompanharam a pesagem dos alimentos, anotando as quantidades que sobraram (Figura 2). A coleta foi realizada por grupos de estudantes e compartilhada com a turma. Todos utilizaram os mesmos dados.

Figura 2: Planilha preenchida pelos estudantes

CONTROLE – ENSINO FUNDAMENTAL – ENSINO INTEGRAL					
	Segunda-feira 14/10	Terça-feira 15/10	Quarta-feira 16/10	Quinta-feira 17/10	Sexta-feira 18/10
Lanche da manhã	0,680kg	0,630kg	1,185kg	4,956kg	2,330kg
Almoço	0,220kg	—	6,708kg	2,680kg	3,600kg
Lanche da tarde	1,780kg	2,780kg	—	3,930kg	0,635kg

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Com os dados em mãos, Prof retomou o contexto da atividade e iniciou a discussão acerca de como os estudantes haviam se sentido naquele processo todo, pois tiveram autonomia para coletar os dados e as cozinheiras haviam elogiado os estudantes pelo bom comportamento. Na conversa, relataram que se sentiram importantes, animados e felizes de coletar dados, de falar sobre um assunto que está no cotidiano, mas que

eles não tinham a ideia de como acontecia, que nem imaginavam que as cozinheiras começavam a cozinhar tão cedo. Esse encaminhamento possibilitou uma aproximação dos alunos com a situação investigada e a produção dos dados.

Após a conversa inicial, os estudantes se reuniram em seus grupos e apresentaram os dados coletados, eles não mostraram preocupação em explicitar todos os detalhes. Informaram que no almoço da terça-feira (2º dia de coleta de dados) não sobrou alimentos, porque era macarronada com carne moída e não tinha acompanhamento algum. Já na quarta-feira (3º dia da coleta) as três turmas do quarto ano fizeram um passeio pela manhã, então levaram lanche para o passeio e comeram por volta das 10h30min. Na hora do almoço comeram pouco porque lancharam mais tarde, o que colaborou para que tivesse bastante sobra no almoço e no lanche da tarde não houve sobras.

Após a apresentação dos dados, Prof questionou os estudantes sobre como poderiam organizá-los de forma que todos pudessem observar os dados apresentados, imediatamente E8 respondeu: *Vamos montar um quadro!* Essa ação do estudante nos possibilita inferir que ele fez relação com a função do quadro que é a organização dos dados (Figura 3) de maneira diferente do que haviam apresentado. Isso foi possível por solicitação da professora que subsidiou a possibilidade de os alunos melhorarem seus modelos (ENGLISH, 2016).

Figura 3: Quadro do desperdício de alimentos de uma semana na escola

Dia da semana	1ª Segunda-feira	2ª Terça-feira	3ª Quarta-feira	4ª Quinta-feira	5ª Sexta-feira
Desperdício Lanche	0,680kg	0,630kg	1,185kg	4,956kg	2,300kg
Desperdício almoço	0,220kg	-	6,108kg	2,680kg	3,630kg
Desperdício lanche da tarde	1,780kg	2,780kg	-	3,930kg	0,635kg

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Na segunda aula, Prof pediu aos estudantes que olhassem seus quadros para verificar se eles representavam os dados. Todos olharam e alguns não perceberam como haviam colocado o símbolo do quilograma (kg); outros não diferenciaram os símbolos kg de g. Às vezes colocaram g outras vezes colocaram kg, aleatoriamente, como mostra figura 4.

Figura 4: Quadro elaborado pelos estudantes

Dia da semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Desperdício lanche	0,680kg	0,630kg	1,185g	4,956g	2,330kg
Desperdício almoço	0,220kg	—	6,108kg	2,680kg	3,600kg
Desperdício lanche da tarde	1,780kg	2,780g	—	3,330g	0,695g

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Prof, de certo modo, se preocupou com o entendimento dos alunos sobre as anotações realizadas. Isso porque a “capacidade de interpretar as informações apresentadas nas tabelas é um elemento-chave de cultura científica, e isso requer atenção explícita como parte da educação de todas as pessoas” (ESTRELLA, 2014, p. 2), além de uma coerência com os conteúdos matemáticos utilizados.

Chamar a atenção para a medida de massa promoveu um momento em que Prof abordou conceitos estudados anteriormente e que não pareciam claros para os estudantes. A partir dessa abordagem, perguntou qual era a quantidade de alimentos desperdiçada diariamente na escola. Com os dados organizados no quadro, imediatamente os alunos em seus grupos fizeram operações de adição e responderam ao questionamento para o primeiro dia de coleta (2,680 kg, Figura 5).

Figura 5: Conversão realizada pelos estudantes

$$\begin{array}{r} 0,680 \text{ Kg} \\ + 0,220 \text{ Kg} \\ \hline 1,780 \text{ Kg} \\ \hline 2,680 \text{ Kg} \end{array}$$

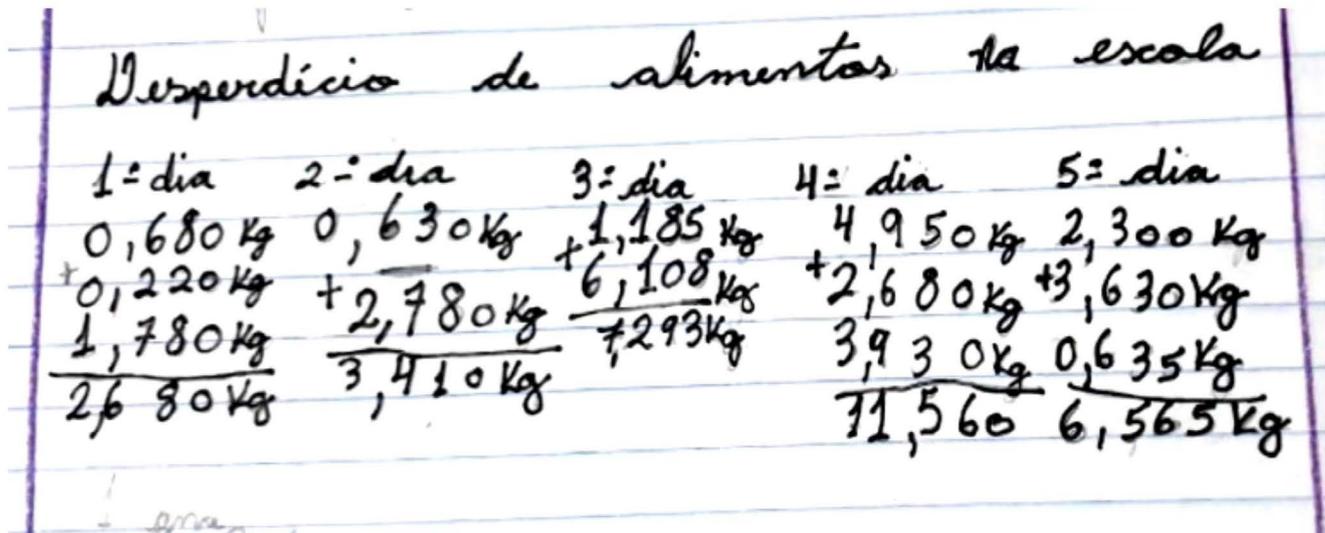
Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Após todos os grupos apresentarem a solução da quantidade de alimentos desperdiçada no primeiro dia, Prof fez a leitura de cada quantidade para verificar se estava claro o conceito de medidas de massa. Nesse momento, sistematizou o conceito na lousa. Com a percepção de que os alunos apresentavam dificuldades

em um conteúdo matemático já estudado, Prof os retomou visto que, por meio da Modelagem Matemática, o aprendizado ocorre enquanto os estudantes desenvolvem o modelo matemático (ÄRLEBÄCK; DOERR, 2018).

Finalizada a abordagem sobre o conceito de massa, os estudantes deram prosseguimento para as operações das quantidades de alimentos desperdiçados em cada dia da coleta (Figura 6).

Figura 6: Operações realizadas pelos estudantes



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Inicialmente os estudantes somaram as quantidades de alimentos desperdiçados em um dia. Para saber a quantidade desperdiçada em uma semana os estudantes somaram a quantidade de todos os dias da semana e obtiveram 31,508 kg. Alguns estudantes mostraram-se perplexos com a quantidade de alimentos desperdiçados em uma semana na escola:

E8: *Daria para alimentar muita gente, por que não podemos doar essa comida?*

Prof: *Trata-se de uma orientação da Prefeitura, por uma questão de saúde, porque se uma pessoa come as sobras da comida que foi doada e passa mal, pode se revoltar contra as cozinheiras, contra a escola e principalmente contra a prefeitura da cidade, que poderá ser processada por tal fato. Realmente é um assunto para pensarmos e refletirmos, talvez algum dia isso mude, por meio de vocês mesmos. Se vocês forem uma geração de "jovens pensantes e questionadores, que se preocupam com as questões sociais".*

Abordar conceitos cotidianos por meio da Estatística promove o desenvolvimento da cidadania - *Daria para alimentar muita gente* -, tornando os estudantes críticos capazes de tomar decisões sobre a vida (BRASIL, 2018), mesmo com o embate das orientações administrativas.

Calcular o valor da quantidade de alimento desperdiçado já tinha se efetivado com os cálculos apresentados pelos alunos. No entanto, os estudantes quiseram continuar calculando a quantidade referente ao desperdício de um mês, evidenciando que uma atividade de Modelagem Matemática não se finda com

uma resposta para o problema. O interesse dos modeladores que coletaram os dados se estendeu para a projeção de valores para um mês. Na terceira aula, a Prof deu sequência ao trabalho questionando:

Prof: Com o resultado do desperdício de uma semana, como faremos para saber a quantidade de alimentos desperdiçados em um mês, levando em consideração que um mês tem quatro semanas?

E19: Podemos somar quatro vezes esse mesmo valor.

E8: Multiplica por quatro esse resultado.

Na matematização os estudantes simplificaram e consideraram, por hipótese, que a quantidade estimada para uma semana se manteria para poder determinar a quantidade desperdiçada por mês, trata-se de uma estimativa que permite a compreensão do fenômeno em estudo. E8 foi assertivo em dizer para multiplicar por quatro, levando em consideração que um mês tem quatro semanas, ele conseguiu compreender a relação de semana com o mês. E assim os alunos realizaram os cálculos: alguns somaram, outros multiplicaram e obtiveram o resultado – 126,036 kg por mês (Figura 7).

Figura 7: Operações realizadas pelos estudantes

The image shows two columns of handwritten mathematical work on lined paper. The left column shows a multiplication problem: '1 mês' is written above '31,508 kg', which is then multiplied by 4. The result is '126,032 kg mês'. The right column shows an addition problem: '31,508 kg' is written four times, with a plus sign to the left of the first three lines. Above the first two lines are the numbers '2' and '3' respectively. The final result is '126,032 kg'.

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

A quantidade de alimentos desperdiçada durante um mês assustou ainda mais os estudantes. Um estudante mais curioso perguntou:

E8: Professora e se fizermos a conta para saber quanto desperdiçamos em um ano de aula?

Prof: Podemos fazer! Como faremos?



E19: *Vamos multiplicar por 12 meses, doze meses é um ano!*

Prof: *Será?*

[E a maioria dos estudantes respondeu que sim]

Prof: *Quando vocês falam que um ano tem doze meses está correto. Porém, quando iniciamos nosso ano letivo, ou seja, nossas aulas, qual o mês?*

E5: *Em fevereiro.*

Prof: *E quando encerramos?*

E5: *Dezembro.*

Prof: *Sim, então vamos multiplicar por quantos meses?*

E8: *Onze, respondeu empolgado!*

Prof: *Será?*

[Sim, todos responderam em coro]

Prof: *Mas no mês de dezembro temos aula o mês todo?*

E5: *Ah!... é verdade, não temos aula o mês todo, apenas duas semanas!*

Prof: *Muito bem, então resolvam a questão aí e discutam com o grupo de vocês, vamos ver como vocês irão fazer.*

A partir de um novo impasse – saber quanto se desperdiça em um ano – os alunos mantêm o encaminhamento da atividade ampliando a sua discussão. O que podemos conjecturar é que há uma “relação ao desenvolvimento das habilidades de raciocínio e pensamento estatísticos” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 57) no desenvolvimento da referida atividade de Modelagem Matemática.

Os estudantes consideraram o valor de um mês e multiplicaram por dez, correspondente aos dez meses de aula. Alguns grupos calcularam utilizando a multiplicação, fazendo o valor de um mês vezes dez, outros utilizaram da dedução, se um mês tem 4 semanas, 10 meses teremos quarenta semanas, obtendo o desperdício de 1260,320kg (Figura 8).

Figura 8: Multiplicações realizadas pelos estudantes

$$\begin{array}{r} 31,508 \text{ Kg} \\ \times 40 \\ \hline 1260,320 \text{ Kg} \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 126,032 \text{ Kg} \\ \times 10 \\ \hline 000000 \\ + 126032 \\ \hline 1260,320 \text{ Kg} \end{array}$$

Os grupos comentaram a respeito de todo o percurso que haviam feito e a discussão foi finalizada com uma comunicação oral em que os estudantes relataram o percurso realizado até então: a coleta e apresentação dos dados, a elaboração do quadro com as quantidades de cada dia, a soma de cada dia da semana, na sequência a soma para obter a quantidade de desperdício de uma semana, depois de um mês, finalizando com a quantidade de um ano. Campos (2007) destaca que o pensamento estatístico é a ideia de prover a habilidade de enxergar o problema estatístico de maneira global, compreendendo suas interações e seus porquês, entendendo assim suas diversas relações e o significado das variações.

Na quarta aula, a professora retomou a abordagem e lançou um desafio para os estudantes: organizar os dados de forma que pudessemos apresentar para a comunidade escolar, de modo que visualizassem as informações. Diante do interesse da Prof, o modelo matemático para o desperdício de alimentos foi aprimorado com a construção de um gráfico. Uma aluna, a pedido a professora, representou na lousa o gráfico para que todos pudessem observar. Para realizar o registro gráfico, a estudante utilizou os dados de uma semana de desperdício de alimentos na escola (Figura 9).

O processo de construção de gráficos estatísticos possui aspectos que chamamos de técnicos. Após a escolha do tipo de gráfico a ser construído, é necessário definir a escala mais adequada para representar os dados, o título, as etiquetas (ou os rótulos) e as unidades utilizadas em cada eixo, considerando as particularidades de cada gráfico (FRIEL et al., 2001). Enquanto a estudante construía o gráfico na lousa, os grupos começaram a se organizar e fazer também em uma folha de papel quadriculado, disponibilizado pela Prof (Figura 10).

**Figura 9:** Estudante construindo um gráfico na lousa



Fonte: Arquivo da professora (2019).

**Figura 10:** Estudantes construindo o gráfico



Fonte: Arquivo da professora (2019).

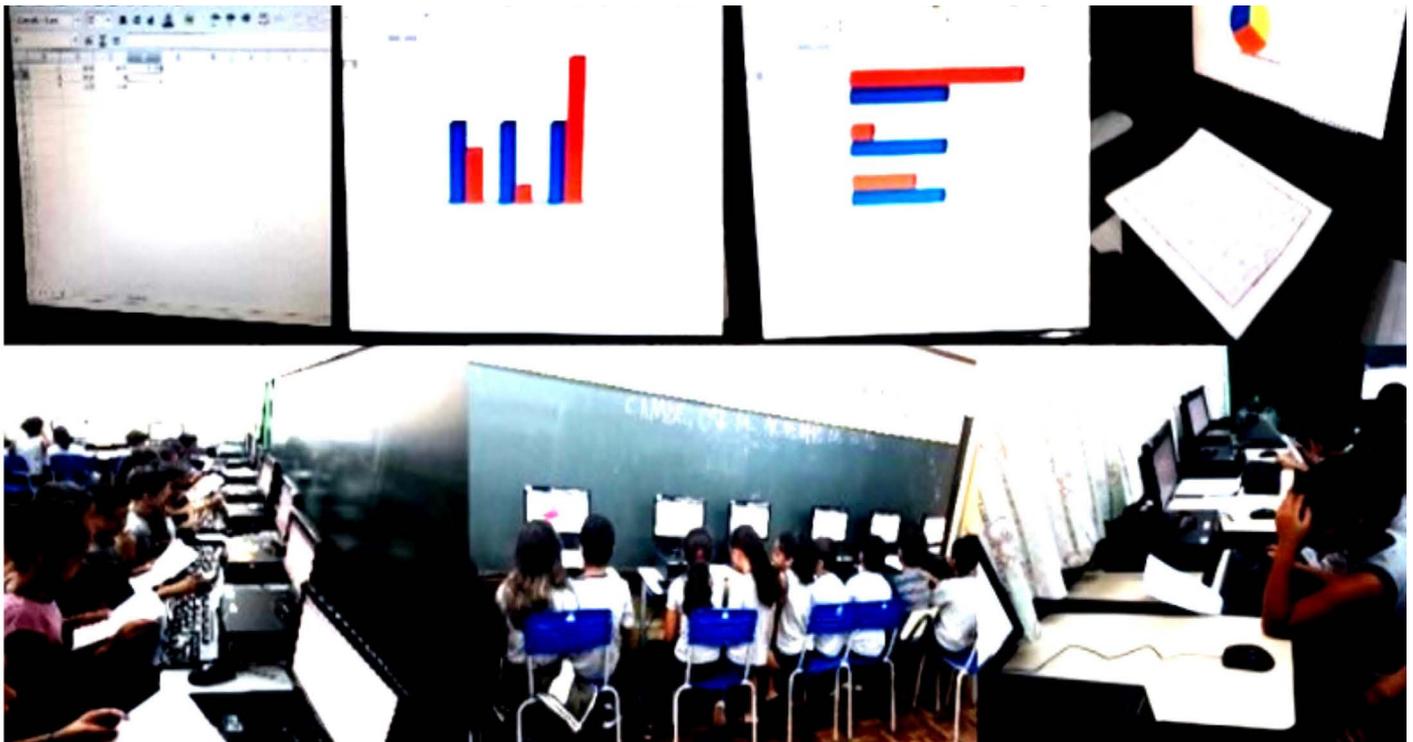
Tal como salientam Monteiro e Selva (2001), os gráficos são uma “ferramenta cultural” que nos permitem ampliar a nossa capacidade de tratar informação estatística e estabelecer relações entre diferentes tipos de informação.

A pedido dos estudantes, a atividade foi finalizada utilizando os computadores da escola, pois a turma tinha um horário agendado no recém-inaugurado laboratório, que ainda estava sem conexão com a internet. A utilização de tecnologias na sala de aula, além de democratizar o acesso e incluir os estudantes ao mundo tecnológico, possui inúmeros ganhos quando comparado à aula com quadro e giz. Com a ajuda de um

estagiário, a professora foi auxiliando os estudantes na construção do gráfico por meio de um programa que tem no LibreOffice, o LibreOffice Calc que é o programa utilizado nos computadores da escola.

Os estudantes em duplas, devido ao número insuficiente de computadores, registraram os dados que haviam obtido anteriormente e construíram seus gráficos (Figura 11).

Figura 12: Estudantes representando os dados por meio do uso do computador



Fonte: Arquivo da professora (2019).

O uso de softwares nos projetos de Modelagem pode ser feito na perspectiva da experimentação, a qual é desenvolvida com foco na exploração e, posteriormente, teorização (BORBA; PENTEADO, 2001). O enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido feedback das mídias informáticas e facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 43-44).

De volta à sala de aula, todos queriam comentar sobre como fizeram seus gráficos, em 3D, com fundo colorido, enfim, a alegria estava estampada no rosto dos estudantes. A professora retomou o objetivo inicial que era saber a quantidade de alimentos desperdiçados na escola em um dia, que depois finalizou com a quantidade de uma semana, um mês e um ano. A retomada para a situação inicial completa o ciclo do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática e, para o momento, finda seu desenvolvimento.

No quadro 1 apresentamos, de forma sucinta, o encaminhamento da atividade seguindo os pressupostos da Modelagem Matemática.



**Quadro 1:** Etapas e encaminhamentos da atividade

Etapas da atividade	Encaminhamentos
Inteiração	Discussão acerca da quantidade de alimentos desperdiçados na merenda escolar, qual é a destinação dos alimentos que sobram.
Problematização	Quantidade de comida desperdiçada na merenda escolar no período de um dia, uma semana, um mês e um ano.
Coleta de dados	Os estudantes coletaram os dados pesando as sobras da merenda.
Matematização	A partir dos dados coletados e sistematizados, os estudantes realizaram as operações de soma e de multiplicação para obtenção do resultado.
Discussão dos resultados	A quantidade de merenda desperdiçada em uma semana na escola chamou a atenção dos estudantes, que se empenharam em descobrir a quantidade desperdiçada em um mês e depois em um ano.
Validação	Os estudantes, por meio das operações realizadas encontraram a quantidade de alimentos que é desperdiçada na escola nos períodos pesquisados.

Fonte: Autores, 2019.

Os conteúdos abordados nessa atividade foram: leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de tabelas e gráficos), construção dessas representações, média aritmética. De acordo com os autores considerados para apresentação do Pensamento Estatístico (GARFIELD; BEN-ZVL, 2005; MORAIS, 2006; PERIN; CAMPOS, 2020; LOPES; SOUZA, 2016) neste estudo é possível evidenciar que a atividade de Modelagem Matemática apresentada viabilizou a utilização e exploração do pensamento estatístico, no quadro 2 identificamos esses elementos.

**Quadro 2:** Elementos do pensamento estatístico evidenciados nas ações desenvolvidas

Elementos do Pensamento Estatístico	Ações desenvolvidas nesse estudo
o pensamento estatístico também inclui ser capaz de compreender e utilizar o contexto de um problema na formação de investigações	A falta de vontade dos alunos em comer canjica faria com que parte da merenda preparada fosse desperdiçada. Daí a pergunta: quanto de alimento estava sendo desperdiçado?
tirar conclusões e compreender todo o processo	Consciência que a comida jogada no lixo pela escola poderia alimentar muitas pessoas.
formulação de perguntas	<i>Professora, quanto de comida é jogado fora?</i>
necessidade e produção dos dados	Ver com as cozinheiras o que faziam com a comida que sobrava. Elas responderam que pesavam, anotavam e jogavam no lixo.  Anotar o peso após cada refeição.

o estudo da variação por eles apresentada	Considerar os diferentes momentos em que a merenda era servida: lanche da manhã, almoço e lanche da tarde. Considerar, por hipótese, que a quantidade desperdiçada se manteria nas semanas, sendo estimados valores para meses e ano.
organizados em tabelas e gráficos	Organizaram os dados coletados com as cozinheiras em tabelas. Utilizaram os dados das tabelas e montaram o gráfico.
trabalhem com temas de seu interesse	A situação do dia chuvoso fez com que todos percebessem que apenas 3 iriam tomar o lanche preparado pelas cozinheiras, então surge a questão: vai sobrar muito lanche? Quanto? Para onde vai essa sobra?
experienciem a coleta de dados	Foram até a cozinha no final de cada refeição, durante uma semana, registraram e fotografaram os dados da balança.
discutam dados coletados e organizados	Juntos organizaram as tabelas, discutiram a diferença entre g e kg, qual era o desperdício em 1 semana, 1 mês e um ano.
trabalhem em grupos para troca de ideias e construção de significados	Os trabalhos foram realizados sempre nos grupos.
usem a tecnologia para compreender conceitos	Utilizaram a tecnologia para construir diferentes tipos de gráficos.

Fonte: Autores, 2019.

É possível observar por meio do quadro 2 os elementos do pensamento estatístico presentes na atividade desenvolvida e como os estudantes abordaram durante o processo.

Os estudantes utilizaram o contexto cotidiano e empreenderam uma investigação, produziram dados, apresentaram o estudo da variação, organizaram os dados em tabelas e gráficos, discutiram os dados coletados, experienciando na prática os elementos do pensamento estatístico, por meio de uma atividade cuja temática emergiu em sala de aula.

Todavia há de se considerar que os encaminhamentos para ampliar o modelo matemático e diferentes representações dos dados fossem mobilizadas foi prerrogativa de Prof que solicitou por meio de questionamentos formas para apresentar as informações.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa investigação foi possível perceber que o trabalho com os dados reais e o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática favoreceram o desenvolvimento do pensamento estatístico. Os alunos elaboraram e resolveram problemas relacionados às situações do contexto social em que estavam inseridos, nesse caso o interesse pelo desperdício de alimentos. E, no desenvolvimento da atividade, o aluno participou “ativamente do processo investigativo, desde a geração até a análise dos dados e da tomada de decisão” (MENDONÇA; LOPES, 2011, p. 703). A situação provocou os estudantes e a professora para saberem mais a respeito do destino da merenda escolar.

A coleta de dados envolveu as cozinheiras da escola, aproximou sujeitos do espaço escolar, possibilitou o contato com a escrita de números decimais, medidas em grama e quilograma, além de dar credibilidade ao trabalho, impulsionando-os a refletirem sobre sua prática no cotidiano escolar. Para que os dados coletados fossem organizados, os estudantes construíram quadros e gráficos, o que permitiu a interpretação e visualização dos mesmos.



Observamos a presença do pensamento estatístico durante todo o processo, os estudantes com o auxílio da professora, investigaram, coletaram dados, realizaram estimativas, discutiram e tiraram conclusões a respeito do destino que poderia ser dado às sobras da merenda, caracterizando assim os elementos do pensamento estatístico.

Embora não fosse o foco de nossa investigação, a abordagem utilizando tecnologia levou os alunos a entender as diferentes ferramentas que um software apresenta no que compete a variedade de formas de representar graficamente dados. Diante de uma variedade de cores e formas, os alunos se entusiasmaram e aprenderam no ambiente do laboratório de informática, trocando ideias com os colegas e com a professora. O trabalho em grupo foi transversal no encaminhamento da atividade, visto que ora trabalhavam em pequenos grupos discutindo e se ajudando e ora no grande grupo compartilhando dados e considerações sobre a situação do desperdício de alimentos.

A compreensão dos estudantes a respeito da situação analisada fez com que, além de saber o desperdício em uma semana, eles quisessem saber a quantidade em um mês e em um ano. Além disso, percebemos o interesse deles em propor um destino melhor a esses alimentos, ou seja, eles tiraram suas conclusões sobre o destino que poderia ser dado às sobras da merenda, reconheceram o desperdício compreendendo o processo, o que configurou a construção da cidadania almejada nos documentos oficiais e no desenvolvimento do pensamento estatístico.

Nesse caminho percorrido, percebemos os elementos do pensamento estatístico manifestos pelos estudiosos da Educação Estatística explorados na fundamentação teórica desse estudo. No que diz respeito à Modelagem Matemática, os autores indicam a perspectiva do aluno como sujeito ativo do processo de ensino e de aprendizagem, do envolvimento com a coleta dos dados obtidos do mundo real e da análise crítica em torno das compreensões que toda a atividade proporciona.

Podemos ponderar, todavia, que nos anos iniciais do Ensino Fundamental, registros e encaminhamentos que os alunos desempenharam foram requeridos pela professora que empreendeu e orientou a atividade de Modelagem tomando por base seus encaminhamentos.

## 7. REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ÄRLEBÄCK, J. B.; DOERR, H. M. Students' interpretations and reasoning about phenomena with negative rates of change throughout a model development sequence. **ZDM Mathematics Education**, v. 50, n. 1/2, p. 187-200, 2018.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução. 3 ed. Brasília: MEC, vol 1, 1997.
- BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2018.



- CAMPOS, C. R. **A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação**. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, 2007.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 34, n. 2, p. 110- 136, 2003.
- ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In C. Hirsch (Ed). **Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics**. p. 187-195. Reston: NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, 2016.
- ESTRELLA, S. El formato tabular: una revisión de literatura. **Revista Actualidades Investigativas en Educación**, v. 14, n. 2, p. 1-23, 2014.
- FERNANDES, R. J. G. **Estatística e probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. 191f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014. (5º ano)
- FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R.; CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Reflexões sobre os erros em estatística: um estudo de caso em um curso de administração. **REnCiMa**, v. 7, n. 2, p. 13-24, 2016.
- FRIEL, S. N.; CURCIO, F. R.; BRIGHT, G. W. Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education, Reston**, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.
- GAL, I. **Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities**. International Statistical Review, Netherlands, n. 70, p. 1-25, 2002.
- GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. Research on Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Issues, Challenges, and Implications. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Ed.). **The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking**, Kluwer Academic Publishers, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, p. 397-409, 2005.
- LOPES, C. E.; SOUZA, L. O. Aspectos filosóficos, psicológicos e políticos no estudo da Probabilidade e da Estatística na Educação Básica. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 1465-1489, 2016.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2005.
- MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Modelagem Matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. **Bolema**, v. 24, n. 40, p. 701-724, 2011.
- MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. **Zetetiké**, v. 25, n. 2, p.305-323, 2017.
- MONTEIRO, C.; SELVA, A. C. V. Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. **Anais da XXIV Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação**, Caxambu, Brasil. 2001.



MORAIS, T. M. R. **Um estudo sobre o pensamento estatístico**: componentes e habilidades. Dissertação em Educação Matemática. PUC-SP, 2006.

NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais**: um olhar para os registros de representação semiótica. (Dissertação de mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil. 2021.

PERIN, A. P.; CAMPOS, C. R.. Interfaces entre Modelagem Matemática, Raciocínio e Pensamento Estatístico. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p-1-22, 2020.

SOUZA, E. S.; LARA, I. C. M. Caracterizando análise de modelos e sua influência na interação entre a matemática escolar e a realidade dos estudantes: depoimento de um grupo de professores. **Revista Educação Matemática em Foco**, v. 6, n. 2, jul/dez, p. 103-118, 2017.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. DE. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 4 jun. 2018.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K. P. Pensamento Estatístico em uma atividade de modelagem matemática: ressignificando o lançamento de aviões de papel. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 9, n. 2, p. 320-334, 28 maio 2018.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. DE. A modelagem matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019.