

Modelagem Matemática aplicada com movimentos oscilatórios: uma proposta de abordagem para o Ensino Médio

Applied mathematical modeling with oscillatory movements: an approach proposal for high school

¹Romário da Silva Santos, ²Orlando Batista de Almeida,

¹Universidade Federal de Campina Grande;

²Instituto Federal da Paraíba.

Resumo: Neste artigo os autores apresentam uma proposta de aula utilizando a Modelagem Matemática para abordar as Funções Trigonômicas a partir do fenômeno de variação da altura das marés em praias do litoral paraibano. Esta estratégia de Ensino de Matemática mostra-se como um importante recurso didático pois possibilita o tratamento de conteúdos matemáticos por meio da problematização de fenômenos do cotidiano dos estudantes. Serão abordados o conceito de Modelagem Matemática e meios de como utilizá-la em sala de aula partindo de um relato de efetivação da prática em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio. O objetivo é relacionar os assuntos matemáticos com práticas do viver do aluno, fazendo uma aula viva e real para ele. Observou-se bons resultados com a prática desenvolvida. Também será apresentada uma sequência didática de abordagem da prática para que seja efetivada pelo professor em suas aulas.

Palavras chave: Ensino de Matemática. Funções Trigonômicas. Modelagem matemática.

Abstract: In this article, the authors present a proposal for a class using Mathematical Modeling to approach Trigonometric Functions from the phenomenon of tidal height variation on beaches on the coast of Paraíba. This Mathematics Teaching strategy proves to be an important didactic resource because it allows the treatment of mathematical contents through the problematization of everyday phenomena of students. The concept of Mathematical Modeling and ways to use it in the classroom will be addressed, starting from a report of the effectiveness of the practice in a first year high school class. The objective is to relate mathematical subjects to the student's living practices, making a class alive and real for him. Good results were observed with the developed practice. A didactic sequence of approach to practice will also be presented so that it can be carried out by the teacher in their classes.

Keywords: Teaching Mathematics. Trigonometric Functions. Mathematical modeling.

Introdução

A Matemática é uma importante área do conhecimento humano, fato demonstrado por suas diversas aplicações ao longo da história. Muitas das capacidades intelectuais dos seres humanos estão fortemente ligadas a construção das competências que a Matemática pode proporcionar. Raciocínio Lógico e analogias são apenas algumas ferramentas que ajudam uma pessoa na capacidade de interação, comunicação, resolução de problemas e tomada de decisões em seu ambiente social. Como disciplina escolar, ela é essencial na resolução de sua própria estrutura interna, de outras áreas do conhecimento e de várias situações práticas para os alunos.

No intuito de trazer um maior significado aos saberes aprendidos na escola e ajudar o trabalho docente surge a Educação Matemática. Seu propósito é o de auxiliar a didática dos professores e pautar o aluno como o protagonista no processo de ensino. Dentre as diversas possibilidades de práticas de ensino que a Educação Matemática propõe existe a Modelagem Matemática, a qual pode ser entendida como uma estratégia que possibilita ao professor a abordagem de conteúdos da Matemática partindo de fenômenos da realidade (BASSANEZI, 2015). Em outras palavras, esse método tem como principal objetivo explicar os conteúdos matemáticos que estão presentes em situações do cotidiano.

A Modelagem Matemática proporciona uma vinculação entre a realidade do indivíduo e os conceitos matemáticos intrínsecos desta disciplina, valorizando o pensamento crítico e reflexivo de todos os que a praticam. Essa ferramenta didática deve servir para fazer uma inversão na aula, selecionando primeiramente os problemas e deles emergindo os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los (BURAK, 1992). De acordo

com English (2015), esta abordagem possibilita desenvolver habilidades para lidar com a incerteza dos dados e das informações, detectar variações, realizar previsões, documentar, argumentar e perceber que os modelos produzidos são gerados à luz da incerteza, trazendo um significado maior destes conhecimentos para os estudantes.

Este trabalho tem como objetivo a difusão desta prática pedagógica, especialmente para os docentes que trabalham no ensino básico. Para tal tarefa, será mostrada uma proposta de abordagem da Modelagem Matemática no ensino das Funções Trigonométricas a partir dos movimentos oscilatórios da variação da altura das marés. Essa proposta partirá dos resultados obtidos em uma aplicação desta metodologia em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio na Escola Irineu Joffily, na cidade de Esperança-PB.

Para uma melhor apresentação de como se dá o método, será levantado todo o referencial teórico pertinente a este tema, bem como aos assuntos que aqui serão abordados. Em seguida, será mostrada a metodologia da pesquisa realizada e a aplicação da Modelagem Matemática na turma. Logo após, serão trazidos os resultados obtidos com esta prática e as discussões sobre a proposta, além dos fundamentos educacionais em que estão pautados. Por fim, serão levantadas as conclusões do trabalho e as expectativas para trabalhos futuros advindos desta obra.

O principal intuito é motivar os estudantes a aprenderem os conteúdos da Matemática partindo de situações possivelmente vivenciadas por eles e auxiliar o trabalho docente com uma ferramenta pedagógica que seja eficiente e de possível prática no cotidiano escolar.

Referencial teórico

No início do século XX, quando matemáticos discutiam métodos para se ensinar Matemática, surgem as primeiras aplicações da Modelagem Matemática. Segundo Borba (2006), as práticas de modelagem, como também é conhecida esta prática, se iniciam no Brasil a partir da difusão das ideias de Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio, entre as décadas de 1970 e 1980, valorizando os alunos em suas dimensões sociais. De acordo com Beltrão (2009), vários matemáticos brasileiros que participaram de congressos internacionais da área trouxeram a Modelagem Matemática para o Brasil. O objetivo era fazer uso dessa prática em sala de aula como um meio de motivar a aprendizagem nos alunos.

Modelagem matemática

Para Bassanezi (2015), a Modelagem Matemática é uma metodologia que deve ser utilizada para obter explicação ou entendimento de determinadas situações vivenciadas cotidianamente. Aplicações desta ferramenta metodológica estão inseridas em temas como construções de imóveis e de veículos, por exemplo. A contextualização desses assuntos visa ampliar a gama de conhecimentos dos estudantes em áreas das ciências exatas e, conseqüentemente, trazer um maior interesse na disciplina. Segundo Sadovsky (2007):

[...] a Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. O ensino se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor, para que servem. (SADOVSKY, 2007, pág. 8).

No entender de Bassanezi (2015), uma grande dificuldade

encontrada pelos docentes em suas práticas didáticas é a de romper a linha do que ele chama de “ensino tradicional” para uma forma um pouco mais criativa de ensino. Segundo ele,

No ensino tradicional, o objetivo de estudo se apresenta quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência predeterminada, com um objetivo final muito claro que, muitas vezes, nada mais é que ‘cumprir o programa da disciplina’. Ora, ensinar a pensar matematicamente é muito mais que isso. Portanto, é imprescindível mudar métodos e buscar processos alternativos para transmissão e aquisição de conhecimentos. (BASSANEZI, 2015, pág. 11).

A prática da Modelagem Matemática abre uma nova possibilidade ao docente em seu projeto pedagógico pois procura uma relação mais estreita entre a teoria e a prática para que o tema desenvolvido nas aulas tenha um significado concreto para os estudantes.

Para realizar uma aula, ou sequência de aulas, com Modelagem Matemática, o professor pode ter como ponto de partida um tema matemático que tenha um fenômeno do cotidiano envolvido. Definido o problema, começa a busca de informações sobre o assunto em livros, revistas, entrevistas, vídeos e outras fontes diversas para se alcançar um maior envolvimento e aprofundamento por parte dos alunos. Nesta etapa, deve-se promover a investigação do assunto no sentido de entender cada vez mais aquilo o que vai ser abordado e trazer um contato mais próximo pelos protagonistas do processo didático, os estudantes.

Movidos pela curiosidade, os alunos iniciam a “matematização” do fato, ou seja, analisam os dados coletados e as observações feitas para que sejam propostas relações matemáticas que descrevam o comportamento do referido fato que esteja sendo estudado. Este passo é de suma importância no estudo para que se possa entender como o

fenômeno ocorre no presente, como foi no passado e o que ocorrerá no futuro. Segundo Bassanezi (2002), é neste momento que a Modelagem Matemática toma uma forma mais robusta, mostrando o caráter matemático de algo que acontece na vida das pessoas e está relacionado com aquilo o que se estuda em sala de aula.

O envolvimento cultural dos alunos é fundamental para que eles sejam levados a momentos questionadores e reflexivos que envolvam uma contextualização e significação das relações matemáticas inerentes do problema.

Ensino de funções trigonométricas

Muitos são os eventos cotidianos que podem ser “modelados matematicamente”, ou seja, ter o seu comportamento descrito em equações matemáticas. Obviamente, também é vasta a gama de temas e assuntos dentro do componente curricular de Matemática que podem realizar Modelagem Matemática. Um tema estudado no Ensino Básico e que chama a atenção por sua grande aplicação em movimentos presentes no cotidiano são as Funções Trigonométricas.

Desde os PCN's de Matemática para o Ensino Médio já é vista sua importância quando propõem que “devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às Funções Trigonométricas e seus gráficos” (BRASIL, 2000).

É possível observar a importância de se abordar esse tema e seus respectivos gráficos ao se trabalhar suas relações matemáticas e aplicações com o uso dos movimentos periódicos. Isto pode ser mostrado ao aluno vendo os vários movimentos deste tipo no cotidiano e suas aplicações. Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) intensifica essas recomendações para se ensinar trigonometria:

[...] identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, pág. 531).

Nos livros didáticos, a abordagem das Funções Trigonométricas seno e cosseno se moldam, basicamente, nas construções de seus gráficos. Para isso é necessário realizar cálculos diversos a fim de completar uma tabela para os valores de “x” e “y”, algo que pode ser difícil e demorado para a sequência didática. De acordo com Kruse (2007), essa abordagem fica aquém do que pode ser feito, já que o objetivo da aula se resume ao simples traçar dos gráficos das funções, sem se preocupar com as variações que ocorrem devido as funções seno e cosseno e suas aplicabilidades. A BNCC deixa clara a contextualização deste tema quando insere a seguinte habilidade:

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. (BRASIL, 2018, pág. 536).

Com esta perspectiva, é importante se introduzir maneiras ativas de aprendizagem que sejam aplicáveis à vida dos seres humanos. Nessa vertente, as atividades de investigação, centrando a busca pelo entendimento no aluno, podem propiciar aos estudantes uma visão ampla de inúmeras situações que sejam necessárias à procura de padrões, semelhanças e irregularidades. Este jogo do saber se mostra desafiador e motivador, favorecendo a construção e

assimilação de conceitos, do mais simples ao mais abstrato.

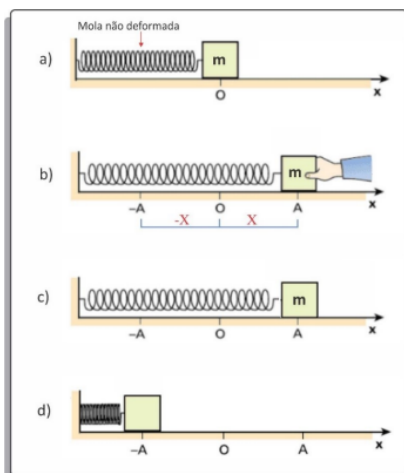
É possível aplicar a Modelagem Matemática para o tema Funções Trigonométricas associando-as ao viver cotidiano. Uma visualização efetiva desse tipo de função está nos fenômenos de oscilação.

Oscilações

As oscilações são fenômenos que se repetem várias vezes devido às forças restauradoras do seu próprio movimento. Segundo Halliday, Resnick e Walker (2013), todo movimento que se repete em intervalos regulares é chamado de movimento periódico ou movimento harmônico.

Esse tipo de fenômeno está presente em vários eventos da natureza, tais como a pressão sanguínea do coração, a tensão e a corrente elétrica de uma rede de energia, o campo eletromagnético gerado em um aparelho de micro-ondas, o movimento de pêndulo realizado por um relógio de parede ou um brinquedo de mola e o movimento vibratório dos tímpanos. Uma representação deste tipo de efeito pode ser visualizada ao se tirar um corpo preso a uma mola de sua posição estável, ou seja, de seu repouso, como no exemplo da figura 1.

Fig. 1: Representação de um Sistema Massa-Mola e seu movimento.

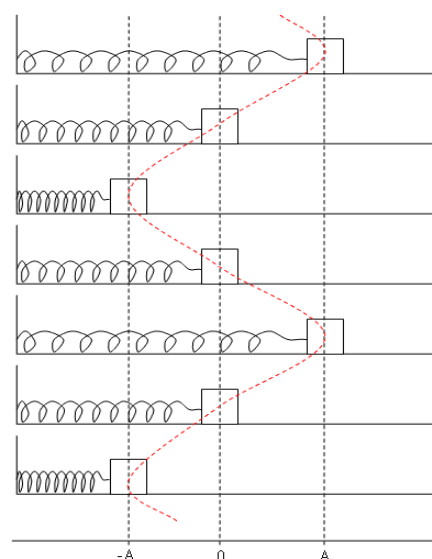


Fonte: NICODEMIO, 2021.

1romariofisico@gmail.com

A série de movimentos de “vai e vem” até parar no estado de repouso que existia antes dessa perturbação é chamada de movimento harmônico simples (MHS). Na figura 2 é possível observar o comportamento deste movimento com o passar do tempo.

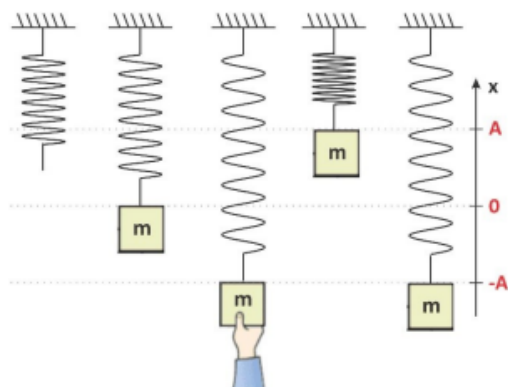
Fig. 2: Representação de um movimento harmônico simples de um sistema massa-mola.



Fonte: SÓ FÍSICA, 2022.

Os fenômenos periódicos tendem a voltar ao seu estado natural realizando oscilações frequentes, como uma espécie de expansão e contração. Além das horizontais, também existem as oscilações que ocorrem na vertical, onde os movimentos de amplitude máxima e mínima são conhecidos, respectivamente, por vale e crista da onda. A imagem 3 mostra a representação desse comportamento de maneira mais didática.

613Fig. 3: Representação do comportamento de um sistema massa-mola na vertical.



Fonte: NICODEMIO, 2021.

Esse tipo de oscilação pode ser encontrado na música, na acústica, na eletricidade, na mecânica e na ondulatória. Nessas áreas as funções oriundas da trigonometria são de grande aplicação já que regem o comportamento destes movimentos (UBERTI, 2003). Visto isso, propõe-se uma abordagem mais dinâmica no ensino deste assunto buscando um maior interesse, uma maior aptidão matemática, despertar a curiosidade e um saber científico mais apurado por parte do alunado.

Metodologia ou Procedimento Experimental/Prática (Para trabalhos em área experimental)

A pesquisa aqui realizada é de cunho qualitativo, focando na investigação científica para analisar objetos específicos e estudando as suas particularidades. Trata-se de um tipo de pesquisa que não pode ser mensurada, pois se trata de observações e verificações de objetos mais abstratos. Segundo Denzin e Lincoln (2006), a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa do mundo, o que significa que seus pesquisadores tentam entender os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem.

Diante ao que foi exposto no texto supracitado, é apresentado neste artigo uma proposta de metodologia de ensino das Funções Trigonômicas usando a Modelagem Matemática de um fenômeno de oscilação. A prática partirá de uma abordagem em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Irineu Joffily, situada na cidade de Esperança, estado da Paraíba. A metodologia foi aplicada em uma turma de 31 alunos com um total de 4 horas-aula no componente curricular de Matemática. O procedimento realizado aqui pode ser visto de maneira similar para outros assuntos em Bassanezi (2002) e Barbosa (2007).

Vale ressaltar que se trata de uma proposta, o que traz a liberdade para que o docente que use este material, como apoio, possa procurar variações do modelo apresentado e ampliar a gama de entendimento usando outras ferramentas didáticas que o ajudem, e principalmente ao estudante, a aproveitar ao máximo aquilo o que foi abordado.

Proposta de abordagem

A proposta principal deste trabalho é mostrar uma sequência de aulas que tenha a Modelagem Matemática como ferramenta didática. O tema escolhido foi “Funções Trigonômicas” e para realizar a modelagem serão trabalhadas as oscilações que ocorrem na variação da altura das marés ao longo do dia.

De início, foi levantada uma conversa com os alunos sobre o tema “variação das marés”, onde o professor guiou o debate sobre a experiência deles com o assunto. Em seguida, foi adotada a região de praias de João Pessoa, capital paraibana, e um determinado dia do ano para se fazer uma análise inicial do tema, a saber, o dia 15 de junho de 2022. No site TÁBUA DE MARÉS, é possível visualizar várias informações referentes as marés em diferentes localidades do

mundo. Também pode-se encontrar os dados da referida região no dia citado na tabela da figura 4.

Fig. 4: Representação do comportamento das marés do litoral paraibano para vários dias distintos e com destaque para o dia 15 de junho de 2022.

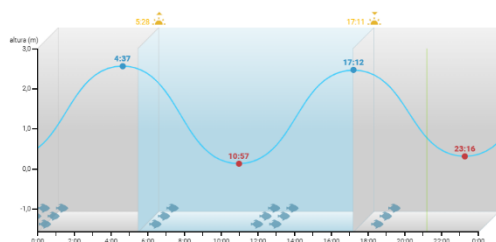
12 Dom	▲ 5:27 ▼ 17:10	2:15 ▲ 2,4 m	8:25 ▼ 0,4 m	14:44 ▲ 2,4 m	20:53 ▼ 0,4 m	87 alto
13 Seg	▲ 5:27 ▼ 17:10	3:03 ▲ 2,8 m	9:16 ▼ 0,3 m	15:34 ▲ 2,8 m	21:41 ▼ 0,3 m	90 muito alto
14 Ter	▲ 5:28 ▼ 17:11	3:50 ▲ 2,6 m	10:06 ▼ 0,2 m	16:23 ▲ 2,6 m	22:28 ▼ 0,2 m	96 muito alto
15 Qua	▲ 5:28 ▼ 17:11	4:37 ▲ 2,6 m	10:57 ▼ 0,2 m	17:12 ▲ 2,6 m	23:16 ▼ 0,4 m	99 muito alto
16 Qui	▲ 5:28 ▼ 17:11	5:25 ▲ 2,6 m	11:49 ▼ 0,2 m	18:02 ▲ 2,4 m		87 alto
17 Sex	▲ 5:28 ▼ 17:11	6:05 ▲ 0,5 m	6:16 ▲ 2,5 m	12:42 ▼ 0,3 m	18:55 ▲ 2,3 m	86 alto
18 Sáb	▲ 5:29 ▼ 17:11	6:58 ▲ 0,6 m	7:19 ▲ 2,4 m	13:39 ▼ 0,4 m	19:53 ▲ 2,3 m	71 alto
19 Dom	▲ 5:29 ▼ 17:12	7:57 ▲ 0,8 m	8:08 ▲ 2,3 m	14:38 ▼ 0,5 m	20:54 ▲ 2,3 m	66 médio
20 Seg	▲ 5:29 ▼ 17:12	8:02 ▲ 0,8 m	9:10 ▲ 2,3 m	15:42 ▼ 0,6 m	21:59 ▲ 2,8 m	58 médio

Fonte: TÁBUA DE MARÉS, 2022.

A página do site ainda deixa clara as diferentes alturas que a maré pode assumir (ou assumiu) ao longo do dia. Para este caso escolhido, as alturas registradas foram 2,6m; 0,2m; 2,5m e 0,4m.

Após a apresentação destes dados, foram feitas algumas discussões com os alunos sobre como este fenômeno pode influenciar na vida dos banhistas, pescadores e da população que reside próximo às praias, contextualizando com a disciplina de Geografia. Depois, com os dados fornecidos, foi construído um gráfico relacionando a altura das marés ao longo das horas do dia, como o que é apresentado na figura 5.

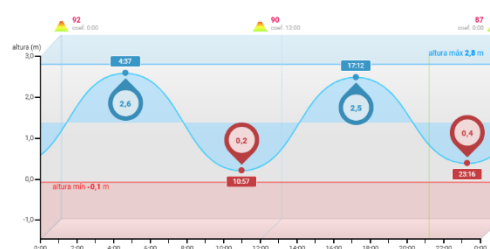
Fig. 5: Gráfico do comportamento das marés do litoral paraibano para o dia 15 de junho de 2022.



Fonte: TÁBUA DE MARÉS, 2022.

Ainda é possível observar um gráfico desta função de maneira mais detalhada na figura 6.

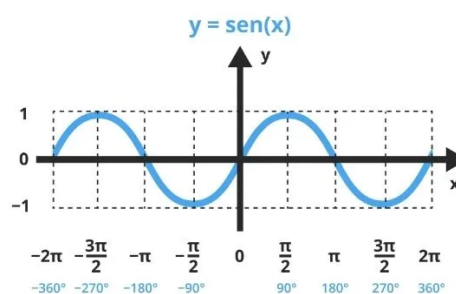
Fig. 6: Gráfico detalhado do comportamento das marés do litoral paraibano para o dia 15 de junho de 2022.



Fonte: TÁBUA DE MARÉS, 2022.

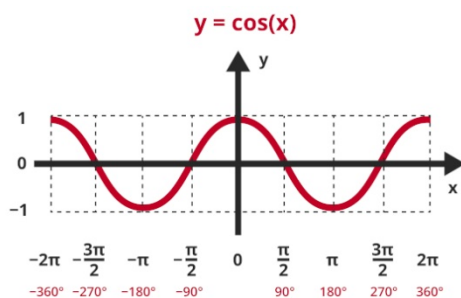
A partir desta etapa foi possível apresentar as funções seno e cosseno, mostrando para a turma os elementos básicos deste assunto e como eles se relacionavam com os gráficos produzidos para as alturas das marés. Tópicos como: sinal, domínio, imagem, período, paridade e arcos notáveis dessas funções foram trabalhados e visualizados a partir das informações adquiridas e construídas sobre o fenômeno das marés no litoral paraibano, sempre contextualizando com as discussões feitas anteriormente. Ainda foram mostrados os gráficos dessas funções para alguns valores notáveis, o que pode ser visualizado nas figuras 7 e 8.

Fig. 7: Gráfico da função seno com alguns valores notáveis.



Fonte: OLIVEIRA, 2022.

Fig. 8: Gráfico da função cosseno com alguns valores notáveis.



Fonte: OLIVEIRA, 2022.

Foi possível mostrar que as marés podem ser regidas por uma função do tipo cosseno, com o horário do dia sendo fundamental para “prever” a altura que a maré estará. Matematicamente falando, temos algo do tipo:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t), \quad (1)$$

em que $x(t)$ é a posição da onda conforme o tempo (ou horário do dia) t , A é a amplitude do movimento de oscilação das ondas e ω_0 a velocidade angular inicial deste fenômeno, a qual pode ser definida como uma grandeza que mede a rapidez com que é feito um percurso em sentido circular. Observe que foi introduzido um fator de velocidade angular, o que fica a critério do professor abordar este parâmetro, uma vez que as discussões sobre o fenômeno devem se prolongar na disciplina de Física. Na abordagem aqui realizada, estes conceitos foram demonstrados de maneira mais superficial, mas sempre discutindo sua relação com a variação da altura das marés que foi estudada.

A partir deste ponto o professor pode trabalhar mais alguns outros exemplos de movimentos periódicos e analisar os elementos presentes nas Funções Trigonômicas geradas nestes estudos.

Foram trabalhados alguns exercícios de fixação de conteúdos

ligados a temática para continuar as discussões. Partindo de Souza (2010) pode-se mostrar um exemplo de um destes exercícios:

PROBLEMA: Em um dia normal, as marés altas ocorrem duas vezes diferentes. De modo geral, a água se espalha por uma grande área e sobe alguns centímetros. Porém, existem algumas regiões do mundo, em que a diferença entre a maré alta e a maré baixa pode ser muito grande, como no caso da baía de Fundy, região na costa do Canadá, que a altura das águas chega a 18 metros na lua cheia. Considerando que a função de altura da maré neste local seja dada por

$$h(t) = a \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{31}t\right),$$

determine a função h que relaciona a altura da maré, em metros, em função do tempo t , em horas. Para calcular, considere a como sendo a variação entre a maré alta e a maré baixa no local.

SOLUÇÃO: De acordo com o enunciado do problema, a diferença entre a maré alta e a baixa é de 18 metros na baía de Fundy. Como a é a variação entre as marés alta e baixa, pode-se dizer que este parâmetro é o ponto médio da variação máxima

ocorrida, ou seja, $a = \frac{18}{2} = 9m$, que faz

com que a função seja representada por $h(t) = 9 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{31}t\right)$. Com esta

função conhecida, é possível calcular as diferentes alturas para as diferentes horas substituindo o valor t pelos diferentes horários do dia. Por exemplo, se usar $t=12$ (meio-dia), obtém-se $h=0,95m$; e se usar $t=18$ (6 horas da noite), tem-se $h=1,42m$, mostrando uma variação de quase 50 centímetros no intervalo de 6 horas. Estes cálculos foram feitos em sala e, conseqüentemente, discussões sobre seus efeitos na vida das pessoas.

Vale salientar que a ancoragem feita com a variação das marés traz a oportunidade de discussões, exemplificações e analogias que

possam ser de grande valia para uma maior aprendizagem do aluno. Para o estudo e o ensino de Funções Trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no Ensino Médio sugere-se as bibliografias Dante (2013) e Giovanni et. al (1994), mas o professor pode usar outras fontes que achar pertinentes.

Desenvolvimento e Resultados

A pesquisa aqui apresentada destacou o uso da Modelagem Matemática, metodologia de ensino que motiva a participação dos estudantes possibilitando que os mesmos atribuam significado concreto aos conceitos matemáticos.

A abordagem aqui descrita ocorreu em 5 aulas, com a supervisão do professor titular da turma. O mesmo relatou que não conhecia a metodologia da Modelagem Matemática e que ficou surpreso de como ela pode trazer uma grande significação para os conteúdos ensinados. Segundo ele, a forma como o tema foi trabalhado com os alunos foi muito além do que ele esperava para a prática aqui descrita.

Antes da abordagem, foi realizada uma pesquisa com os alunos da turma sobre conteúdos de trigonometria e o ensino de Matemática de maneira geral. Foi notória a quantidade de relatos sobre as dificuldades no assunto, além da falta de entendimento do porquê estudar a maioria dos conteúdos abordados ao longo do ano que, segundo estes estudantes, não tem nenhuma relação com o viver.

Ao final da prática desenvolvida, foi feita uma roda de conversa com os alunos envolvidos, debatendo o que foi feito nas aulas, e ressaltando os principais pontos da metodologia proposta. Boa parte dos estudantes contaram que ficou mais fácil entender o conteúdo já que ele estava relacionado com a vida real e o cotidiano. Relatos como: “Jamais pensei que seria tão legal aprender Matemática” ou “Incrível como algo da natureza, que aparentemente não tem tanto significado, está tão ligado com a

disciplina de Matemática” foram bastante comuns ao final da abordagem. Outros alunos ainda disseram que “a aula ficou muito mais divertida e fácil de entender”, “o tempo passa muito rápido quando o assunto é bom” e “toda aula devia ser assim”. Ao serem perguntados os pontos negativos desta proposta de ensino eles disseram que é seria a parte algébrica, onde “entram as letras com números”, mas que a explicação contextualizada fez com que ficasse mais claro o que eles estavam calculando.

Ainda foi feito um relato individual sobre a prática desenvolvida e o conteúdo das Funções Trigonométricas, o que mostrou a eficácia da metodologia. Foi analisado como os alunos tinham entendido o assunto, onde houve a observação de descrições dos conceitos matemáticos envolvidos com boa acurácia e aptidão. Esta etapa foi realizada pois é fundamental sempre dar voz ao estudante, observando suas reações em cada etapa deste processo e fazendo o mesmo estar junto na construção da aprendizagem da Matemática. É sabido que “os indivíduos toleram cada vez menos seguir cursos uniformes ou rígidos que não correspondem a suas necessidades reais e à especificidade de seu trajeto de vida” (Levy, 1999, p. 169). Segundo Biembengut (2002), é importante a interação, que consiste em familiarizar o estudante com o tema escolhido para o processo de Modelagem Matemática.

Pode-se validar a importância dos assuntos aqui abordados ao se observar as instruções da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino de Matemática e suas tecnologias no ensino médio. Na proposta descrita nesta pesquisa, têm-se as competências específicas e habilidades apontadas na sequência abaixo de acordo com BRASIL, 2018:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e

Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

HABILIDADE: (EM13MAT101)

Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADE: (EM13MAT306)

Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

É possível sintetizar a sugestão aqui abordada da seguinte forma:

1º Passo: O professor deve escolher um tema da disciplina de Matemática e um fenômeno do cotidiano para ser modelado matematicamente a partir dele. Logo após isso, deve se iniciar uma pesquisa sobre o assunto por todos que participarão da aula, sejam alunos ou professores. Na proposta apresentada neste trabalho, foi escolhido o tema da variação da altura das marés no litoral paraibano como evento a ser estudado aplicando com Funções Trigonométricas.

2º Passo: O docente precisa entender a Matemática envolvida no fenômeno estudado e selecionar os assuntos que deseja correlacionar com

a prática da Modelagem Matemática em sua aula.

3º Passo: O estudo será apresentado para a turma, sempre analisando o fenômeno e suas consequências na vida real. Pode se usar vídeos ou softwares para simular o movimento estudado, caso exista disponibilidade. As consequências científicas e sociais do fenômeno precisam ser discutidas e contextualizadas na abordagem.

4º Passo: A descrição do formalismo matemático deve ser apresentada dando ênfase no conteúdo da disciplina Matemática que o professor quiser abordar. Neste trabalho, foi possível ver um comportamento periódico a partir dos dados e gráficos construídos das diferentes alturas das marés, relacionando com as funções seno e cosseno. Isso serviu de ponte para ligar o fenômeno com o tema a ser estudado.

5º Passo: Trabalhar o assunto matemático escolhido propriamente dito. No caso aqui descrito, os conceitos do componente curricular foram trabalhados depois de mostrar sua relação com o movimento oscilatório da variação da altura das marés.

6º Passo: Para finalizar a aula, ou sequência de aulas, o professor deverá fazer abordagens para que o aluno retenha o conteúdo. Debates são muito bem-vindos aqui, tendo o cuidado de sempre se ancorar nos assuntos que foram trabalhados na prática da Modelagem Matemática abordada.

7º Passo: Ainda é possível trabalhar alguns exercícios de fixação, porém a intenção deles deve ser muito maior do que avaliar, mas de encorajar o aluno a desenvolver um caráter crítico e fundamentado daquilo que aprende em sala.

O intuito desta abordagem é fazer uma aula viva e palpável para o educando, visando estimular a aplicação dos conhecimentos da Matemática com práticas reflexivas pessoais, além de usar sua capacidade de avaliar e aplicar os saberes, o que exige a habilidade de identificar um

problema, avaliá-lo e sugerir uma solução para resolvê-lo.

Considerações Finais

A Modelagem Matemática pode ser entendida como uma estratégia de ensino que possibilita a abordagem de conteúdos da Matemática partindo de fenômenos da realidade. Isto permite a construção de um arcabouço matemático sólido para um maior entendimento e significação dos vários assuntos estudados nesta disciplina, além de uma melhor interpretação do mundo. Este trabalho buscou explicar essa metodologia e mostrar suas contribuições para o ensino.

Visando uma exemplificação desta prática pedagógica, foi introduzida uma proposta de aulas para as Funções Trigonômicas, buscando uma melhor estruturação do conhecimento sobre o tema e visando um maior interesse dos alunos. A proposta foi aplicada no componente curricular de Matemática de uma turma de primeiro ano do Ensino Médio da Escola Irineu Joffily, a qual situa-se na cidade de Esperança, interior do estado da Paraíba. Esta turma tinha 31 alunos e a metodologia foi aplicada em 4 horas-aula. Pela proposta descrita foi possível entender fenômenos de natureza periódica com vários momentos do cotidiano, os quais são regidos por Funções Trigonômicas. Aqui foi mostrado o comportamento da altura das marés do litoral paraibano em apenas um dia do ano, mas outros exemplos podem ser vinculados ao tema, como a variação da pressão sanguínea ou a oscilação de um pêndulo.

Ao final da abordagem foi feito um debate em grupo no intuito de avaliar como se deu a prática e os resultados obtidos. A maior parte dos alunos gostou muito das aulas e de

como elas se conectaram com suas vidas, mesmo estando envolvidas com um assunto matemático que, na visão deles, era “muito abstrato”. As discussões também mostraram que eles conseguiram relacionar os temas, da natureza e da matemática, ao ponto de serem capazes de explicar para outras pessoas, além do fato de terem um bom êxito nos exercícios de fixação de conteúdo. Nesta obra foi apresentada a sequência de abordagem da Modelagem Matemática com o tema e o evento físico mencionados, mas também outros caminhos que o docente pode seguir ao utilizar a proposta aqui apresentada ou em outras modelagens que desenvolver.

Tem-se como perspectivas futuras para este trabalho aplicar a proposta aqui exemplificada com outros conteúdos matemáticos e observar os resultados da prática efetiva, observando as dificuldades do alunado quanto ao tema e buscar minimizar essas falhas com esta prática de ensino. Também se espera expandir a prática aqui descrita utilizando ferramentas computacionais como o aplicativo *Geogebra* e simuladores de eventos, como o site *PhET*¹, para otimizar o ensino-aprendizagem das funções abordadas nesta obra.

Agradecimentos:

Agradecemos a CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Referências

[1] BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. d. L. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Sbem, v. 3, 2007.

¹ Fundado em 2002 pelo Prêmio Nobel, Carl Wieman, o projeto “PhET Simulações Interativas”, da Universidade do Colorado em Boulder, cria simulações interativas gratuitas de Matemática e ciências. As Simulações do PhET baseiam-se em extensa pesquisa em educação e envolvem os alunos através de um ambiente intuitivo, estilo jogo, onde eles aprendem através da exploração e da descoberta.

- [2] BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. Editora Contexto, 2002.
- [3] BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.
- [4] BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de cálculo pela modelagem matemática e aplicações: teoria e prática**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.
- [5] BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino**. Editora Contexto, 2002.
- [6] BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation**. Springer Science & Business Media, 2006. v. 39.
- [7] BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. de. **Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias**. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 6, n. 2, 2004.
- [8] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2018.
- [9] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 2000.
- [10] BURAK, D. et al. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992.
- [11] CALDEIRA, A. D. et al. **Modelagem em Educação Matemática**. Autêntica, 2011.
- [12] DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, v. 3, 2013.
- [13] D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Grupo Editorial Summus, 1986.
- [14] DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa**. O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens, v. 2, p. 15-41, 2006.
- [15] ENGLISH, L.; D. S. **Challenges and opportunities for mathematics education**. In Beswick, Kim, Muir, Tracey, & Wells, Jill (Eds.) Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME. Hobart, Tas. 2015. p. 4-18.
- [16] GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JR, J. R. **Matemática fundamental, 2. Grau: volume único**. FTD, 1994.
- [17] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of physics**. John Wiley & Sons, 2013.
- [18] KRUSE, F. **Funções seno e cosseno: uma metodologia fácil, interessante e suas aplicações**. Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007.
- [19] LÉVY, P. **Cibercultura**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.
- [20] NICODEMIO, R. **MHS em vídeo análise através do Tracker: sistema massa mola vertical sob ação da força gravitacional**. 2021.
- [21] OLIVEIRA, R. R. **Funções trigonométricas**. Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/funcoes-trigonometricas-1.htm>. Acesso em 20 de junho de 2022.

[22] SADOVSKY, P. **Falta fundamentação didática no ensino da matemática.** Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, 2007.

[23] SILVA, M. F.; FROTA, M. C. R. **Explorando modelos matemáticos trigonométricos a partir de applets.** VIDYA, v. 32, n. 2, p. 15, 2012.

[24] SOUZA, J. **Coleção Novo Olhar.** Matemática, v. 1, p. 201-216, 2010.

[25] SÓ FÍSICA. **Oscilador Massa-Mola.** Virtuuous Tecnologia da

Informação, 2008-2022. Disponível em: <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/MHS/massamola.php>. Acesso em 20 de junho de 2022.

[26] TÁBUA DE MARÉS. **Tábua de marés 2022 de João Pessoa, Paraíba para ir à pesca.** Disponível em: <https://tabuademares.com/br/paraiba/joao-pessoa>. Acesso em 15 de junho de 2022.

[27] UBERTI, G. L. **Uma abordagem das aplicações trigonométricas.** 2003.