

## REALISMO Y ANTIRREALISMO EN LA FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

*Rodolfo Gaeta*

Universidad de Buenos Aires, Argentina

[orcid.org/0000-0002-9779-2619](https://orcid.org/0000-0002-9779-2619)

**RESUMEN:** En este trabajo reseño y analizo una serie de propuestas que representan el debate entre los partidarios del realismo matemático y sus rivales. Enuncio sus diversas clases de tesis y sus más característicos argumentos. Presto especial atención al platonismo matemático, el platonismo anómalo de Popper y el ficcionalismo. Sobre la base de los aportes de Carnap, Quine y Putnam, procuro mostrar que la afirmación de la existencia de las entidades matemáticas no es necesariamente una tesis propia de la metafísica especulativa sino el resultado de una elección en el marco del relativismo ontológico. Concluyo que, si bien no hay argumentos definitivos que muestren una victoria contundente del platonismo sobre el ficcionalismo o viceversa, surgen considerables razones para reconocer algún modo de existencia a las entidades abstractas, en cuyo caso el platonismo matemático goza de cierta ventaja.

**PALABRAS CLAVE:** Matemáticas. Ontología. Relativismo. Platonismo. Ficcionalismo.

## REALISM AND ANTI-REALISM IN THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS

**ABSTRACT:** In this paper I review and analyze a series of proposals that represent the debate between the supporters of mathematical realism and its rivals. I list their various kinds of theses and their most characteristic arguments. I pay special attention to mathematical platonism, Popper's anomalous platonism and fictionalism. On the basis of the contributions of Carnap, Quine and Putnam, I try to show that the affirmation of the existence of mathematical entities is not necessarily a thesis proper to speculative metaphysics but the result of a choice within the framework of ontological relativism. I conclude that although there are no definitive arguments that show a convincing victory of platonism over fictionalism or vice versa, there are considerable reasons to recognize some mode of existence to abstract entities, in which case mathematical platonism enjoys a certain advantage.

**KEYWORDS:** Mathematics. Ontology. Relativism. Platonism. Fictionalism.

## INTRODUCCIÓN

En comparación con otras disciplinas científicas, las matemáticas presentan llamativas particularidades en materia de ontología, epistemología y metodología. En lo que respecta a la primera, estamos tan acostumbrados a referirnos a los números y a las formas geométricas que

parecen formar parte del mundo que nos rodea. Sin embargo, esas entidades difieren tan notoriamente de los objetos físicos que su modo de existencia y su naturaleza han resultado ser particularmente intrigantes. Desde épocas antiguas, los platonistas han sostenido que los entes matemáticos pertenecen a un universo de seres abstractos completamente diferente del mundo material. Otros los han identificado con diversas clases de cosas. En contraste, los antirrealistas han negado que los objetos matemáticos tengan algún tipo de existencia. Dentro de este último campo, los ficcionalistas piensan que los entes matemáticos no existen pero que de todos modos las matemáticas resultan de gran utilidad para expresar y facilitar el estudio de los contenidos de las teorías fácticas.

El presente trabajo reseña y discute las facetas más destacadas de la perdurable discusión sobre la existencia y la naturaleza de las entidades matemáticas. En la segunda sección se presentan una serie de posiciones que adoptan una actitud realista en la medida en que afirman la existencia de los objetos matemáticos, aunque exhiben algunas diferencias en cuanto la naturaleza de esas entidades. En la tercera, se analiza el ficcionalismo matemático. En la sección final se realiza un balance de la discusión y se presenta una manera de zanjarla.

## **1 – LOS REALISMOS MATEMÁTICOS**

La utilidad de las matemáticas y nuestra familiaridad con algunos de sus conceptos inclinan a creer que los números, las figuras y los cuerpos geométricos forman parte de la realidad. Pero, como no son simples objetos materiales, desde la antigüedad se ha debatido acerca de la verdadera existencia y la naturaleza de esas entidades. La actitud tradicional con respecto a estas cuestiones se suele llamar “platonismo matemático” porque concibe los objetos matemáticos como una clase peculiar de cosas, las entidades abstractas, que existen por sí mismas, independientemente de nosotros y fuera del espacio y el tiempo, a semejanza de las Formas postuladas por Platón. Algunos autores, en cambio, si bien reconocen que los objetos matemáticos forman parte de la realidad, toman distancia del platonismo. Los fisicalistas identifican los números con ciertas clases de cosas que se encuentran en el mundo material, como agregados o pluralidades de elementos físicos. Los psicologistas presentan las entidades matemáticas como ideas radicadas en las mentes humanas. Los ficcionalistas, por último, adoptan una contundente actitud antirrealista, le niegan toda forma de existencia a esas entidades

y consideran que las matemáticas solo cumplen un papel auxiliar, y en última instancia prescindible, en el conocimiento.

## **2 – EL PLATONISMO MATEMÁTICO**

El platonismo, la manifestación más audaz y robusta del realismo matemático, parece coincidir con la actitud implícita corriente acerca de la aritmética y la geometría y ha sido explícitamente defendida por célebres matemáticos modernos, como Frege y Godel. Quienes adoptan esta postura suscriben una serie de tesis semánticas, ontológicas y epistemológicas que se exponen a continuación.

### **2.1.1 – Tesis semánticas**

**(TS 1)** Los enunciados matemáticos, tanto los que afirman explícitamente la existencia de entes matemáticos como los que consisten en atribuirles alguna propiedad o relación, deben ser entendidos en sentido literal (*at face value*).

Eso significa que dichos enunciados se refieren a las entidades matemáticas mismas, sus propiedades y sus relaciones, y no deben ser interpretados como una manera figurada de hablar o una forma abreviada o condicionada de decir algo que no implique aceptar, precisamente, dicha existencia. Así, el enunciado “5 es un número primo” equivale a la afirmación de que el número 5 existe y es primo y no debe ser entendido como una manera abreviada de decir algo ontológicamente menos comprometido, por ejemplo, “De acuerdo con la teoría matemática, 5 es un número primo” o “Si el número 5 existiera sería primo”.

**(TS 2)** Si un enunciado matemático expresa explícitamente o, tal como se acaba de señalar, implica o presupone que ciertas entidades (números, conjuntos, estructuras, etcétera) existen, dicho enunciado sería falso –sea lo que fuere que se predique de ellas– en caso de que dichas entidades no existan.

En consecuencia, si tales entidades no existieran, todos los enunciados matemáticos comúnmente aceptados (como “ $2 + 2 = 4$ ”, “6 es par” o “Hay infinitos números primos”) serían falsos.

### **2.1.2 – Tesis ontológicas**

**(TO 1) Existencia:** Las entidades matemáticas existen realmente.

**(TO 2) Independencia:** La existencia de las entidades matemáticas no depende de ninguna actividad intelectual, mental o lingüística, no son productos del pensamiento, la invención o la imaginación de agente alguno.

**(TO 3) Abstracción:** Las entidades matemáticas son abstractas.

Esta creencia diferencia el platonismo de otras variantes del realismo matemático y significa que:

- (a) los objetos matemáticos son inmateriales
- (b) son inespaciales, esto es, no se hallan en el espacio en el que se extienden los objetos físicos
- (c) son intemporales o atemporales
- (d) Son ajenos a toda relación causal (no pueden ser causa ni efecto de nada, esto es, no pueden modificar ni ser modificadas por ninguna cosa)

### 2.1.3 – Tesis epistemológicas

**(TE 1)** Podemos tener conocimiento de la verdad de enunciados matemáticos, tanto si se trata de enunciados singulares como “ $2 + 2 = 4$ ” o generales como “Existen infinitos números primos”.

**(TE 2)** Ese conocimiento es *a priori*, no se funda en la experiencia sensible.

### 2.1.4. Argumentos en favor del platonismo

En favor de las tesis del platonismo matemático pueden señalarse los siguientes argumentos:

**(AP I)** Las entidades matemáticas, así como sus propiedades y relaciones son descubiertas, lo que descarta que sean imaginadas o inventadas. Un claro ejemplo que ilustra esa situación es el conocido episodio del inesperado hallazgo de los números irracionales. Los pitagóricos tomaron conciencia con sorpresa de que la diagonal de un cuadrado es inconmensurable con sus lados, lo que mostró que existen números irracionales, y aunque este descubrimiento puso en seria crisis sus creencias fundamentales acerca de qué eran los números, no tuvieron más remedio que admitirlo.

**(AP II)** Para mostrar el carácter abstracto de las entidades matemáticas vale compararlas con los llamados signos modelo o signos tipo. Una letra, una palabra o una oración consideradas independientemente de cualquier ocasión en las que pudieran ser pensadas, pronunciadas o

escritas son modelos o tipos abstractos. En ese sentido decimos que el español cuenta con veintisiete letras y no deben ser confundidas con ninguno de los millones de casos o instancias particulares de esas pocas letras, como pueden ser la emisión de ciertos sonidos cuando las pronunciamos o la presencia de marcas en un papel cuando las escribimos. Obsérvese que las letras o las palabras no son en sí mismas ni orales ni escritas, pues la *misma* palabra puede expresarse verbalmente o por escrito, que son fenómenos físicos de clases completamente diferentes, así que no puede decirse que los casos verbales y gráficos de la misma palabra modelo guardan similitudes morfológicas con el modelo que instancian. Además, los modelos no necesitan encontrarse instanciados para existir. Hay infinitas combinaciones correctas de palabras, oraciones modelo de cualquier idioma que no han sido expresadas ni lo serán jamás, y sin embargo tiene pleno sentido decir que esas infinitas oraciones existen como partes de un idioma. Y del mismo modo, hay infinitos números, figuras geométricas, funciones, etcétera, que jamás estarán vinculados con ningún hecho físico ni serán pensados por nadie.

**(AP II)** las verdades matemáticas son objetivas, no pueden establecerse arbitrariamente, como sucede con las ficciones. Por supuesto, uno podría introducir cualquier concepto o definición que se le ocurriera, pero ello no significa que existan las entidades correspondientes, cumplan con esas condiciones y menos aun que abriguen consecuencias inesperadas. La verdad de las proposiciones matemáticas, en los casos en que llegamos a descubrirlas, se nos impone. La circunstancia de que determinados números sean primos y otros no lo sean, por ejemplo, es algo que hallamos – a veces trabajosamente – y no lo podemos modificar a voluntad mediante maniobras lingüísticas o esfuerzos de la imaginación.

**(AP IV)** Los enunciados matemáticos en los que creemos no solo nos parecen verdaderos sino necesariamente verdaderos, y por ello casos como “ $2 + 2 = 4$ ” suelen tomarse como ejemplos emblemáticos de verdades indubitables.

**(AP V) Argumento de Indispensabilidad:** Debemos reconocer la existencia de las entidades matemáticas porque constituye una condición necesaria para la verdad de las teorías científicas. Este argumento, explicitado en algunas defensas recientes del platonismo matemático es una extensión de un recurso empleado por muchos realistas científicos para legitimar la creencia en las entidades inobservables postuladas por las ciencias fácticas, tales como los átomos, la fuerza de gravedad o los cromosomas. Mientras los antirrealistas científicos – por caso, los instrumentalistas, los positivistas lógicos y recientemente los partidarios del empirismo

constructivo de Bas van Fraassen – se han negado a comprometerse con entes que no podemos observar por medio de nuestros sentidos desnudos, los realistas científicos consideran que tenemos buenas razones para creer en ellos, especialmente gracias al que se denomina el “argumento del no-milagro”. De acuerdo con ese razonamiento, nuestras mejores teorías científicas son indudablemente exitosas y ello es un fuerte indicio de que son verdaderas o aproximadamente verdaderas, pues si no lo fueran ese éxito sería tan improbable como los milagros. Entonces, si nuestras teorías se acercan a la verdad, las entidades inobservables que postulan muy probablemente existen. Y por razones similares Quine y Putnam sostienen que las entidades *abstractas* presupuestas por las matemáticas incorporadas en las teorías de las ciencias fácticas también existen.

### **2.1.5 – Argumentos antiplatonistas**

(AAP1) Como ya hemos señalado, desde su formulación inicial la ontología platónica ha generado resistencias. En primer lugar, mientras la existencia de los objetos físicos concretos resulta obvia para el sentido común, las entidades abstractas no dejan de ser algo extrañas. No sin razón Platón las ubicó en un ámbito completamente aparte del mundo cotidiano y señaló que el acceso a ese mundo era sumamente trabajoso. *Prima facie*, a menos que hallemos alguna evidencia aun indirecta que haga plausible lo contrario, ni se nos ocurriría imaginar que las entidades abstractas existen por sí mismas. Ya en el mismo momento en que Platón las presentó se esgrimió en su contra el argumento del tercer hombre, que adelantaba la idea de que la disposición a admitir entes de esa clase puede conducir a una superpoblación ontológica inverosímil. Más tarde, la misma actitud escéptica quedó expresada en la navaja de Ockham.

(AAP 2) En nuestra época, se ha considerado que la impugnación más importante que enfrenta el platonismo matemático es el llamado “desafío epistemológico”, formulado por Benacerraff y recogido por otros autores. De acuerdo con ese argumento, si admitimos que de hecho tenemos conocimiento sobre los entes matemáticos, debemos concluir que el platonismo es falso, pues de acuerdo con esa doctrina serían entidades causalmente inertes y entonces no habría manera de que pudiéramos acceder a ellas para conocerlas.

## **2.2 – El Estructuralismo**

Antes de ocuparnos de algunas variantes del realismo matemático que se apartan en mayor medida del platonismo es oportuno considerar una corriente sutilmente diferente. En el inicio de este artículo me he referido sin procurar mayores precisiones a la ontología como el aspecto que tiene que ver con la determinación de las clases de entes que existen y cuál es su naturaleza, pero es conveniente hacer algunas aclaraciones. He utilizado repetidamente las palabras “ente” o “entidad” porque no existen muchos sinónimos de esos términos. En ocasiones, y para tratar de variar, se los puede reemplazar por “cosa” u “objeto” pero en el presente contexto es necesario ser muy cuidadosos al respecto. Si bien “cosa”, “ente” “entidad”, y “objeto” pueden parecer igualmente generales y abarcativos, algunos filósofos reservan este último término para los individuos, lo que Aristóteles llamaba “sustancias primeras”, que existen por sí mismas y no como atributos de otros seres. Frege, por ejemplo, también marca un contraste entre los *objetos*, que son entidades completas, saturadas, a las que podemos asignarles nombres propios, y las *funciones*, que son incompletas y pertenecen a otra categoría ontológica. Así, usamos los numerales o una letra griega, por ejemplo pi, como nombres propios de números pero recurrimos a una expresión incompleta tal como “la raíz cuadrada de...” o su símbolo usual para representar funciones.

En vista de esas distinciones, cabe decir que los platonistas matemáticos clásicos suscriben un realismo de objetos, porque conciben los números y los conjuntos, precisamente, como objetos abstractos. Pero otros autores consideran que las matemáticas no se ocupan de objetos sino de estructuras: los números dejan de ser considerados como entidades individualizadas y pasan a ser algo así como meras posiciones dentro de un sistema. Esto significa que no interesan sus propiedades intrínsecas sino sus propiedades estructurales, es decir, exclusivamente sus interrelaciones con los demás componentes, de manera que carecen de toda propiedad que les confiera una propia identidad individual aparte de su ubicación en el sistema. Con todo, podría marcarse una diferencia entre la actitud de admitir que los números podrían poseer propiedades intrínsecas, y dejarlas de lado, y un estructuralismo más estricto que niega la existencia de propiedades que no sean estructurales. Pero, de todos modos, quienes afirman que tales estructuras cumplen con la tesis de la existencia y la de independencia siguen siendo realistas matemáticos; y en la medida en que las conciben como abstractas podríamos considerarlos platonistas.

### **2.3 – Un Platonismo impuro**



En época reciente Penelope Maddy sostuvo que los entes matemáticos – en particular, los conjuntos– son abstractos, pues en ningún sentido se identifican estrictamente con objetos físicos o con agregados de cosas materiales, aunque poseen algunos rasgos propios de estas últimas. Así, tres manzanas en una canasta, por ejemplo, compondrían un conjunto que ciertamente tiene una ubicación espacio temporal. Pero Maddy advierte que, de conformidad con los principios de la teoría de conjuntos cabe decir, con el mismo derecho, que en esa misma localización espaciotemporal coexisten una serie infinita de conjuntos diferentes: el conjunto original de las tres manzanas, el conjunto unitario cuyo único elemento es dicho conjunto, el conjunto compuesto por la unión de los anteriores y así sucesivamente. De este modo, la noción de conjunto conserva algunas de las notas propias del concepto de ente abstracto que emplean los platonistas ortodoxos, pero introduce o reemplaza otras.

#### **2.4 – El Fisicalismo**

Hay otras concepciones que reconocen alguna forma de realidad a las entidades matemáticas, pero se apartan en gran medida del platonismo estricto. Comencemos con el fisicalismo. La idea de que hay entidades abstractas desde siempre ha provocado desconfianza y durante la Edad Media tuvo lugar un célebre debate en torno a los universales. En ese momento los realistas más convencidos sostenían, como Platón, que las propiedades que las cosas particulares comparten o podrían compartir entre sí, por ejemplo, el color o la forma, existen *ante rem*, es decir, independientemente de sus instanciaciones o ejemplificaciones individuales e inclusive, aunque no llegaran a instanciarse materialmente, como podría ser el caso de polígonos regulares de millones de lados. En el extremo opuesto, los nominalistas sostenían que los términos generales, como “blanco” o “cuadrado”, eran meros nombres que carecían de todo correlato ontológico. Asimismo, algunos antirrealistas matemáticos actuales rechazan la tesis de la existencia y por ese motivo se los clasifica como nominalistas.

Pero encontramos también una especie de realismo no platónico que acepta la existencia y aun la independencia de las entidades matemáticas y sostiene, a la manera de la doctrina aristotélica, su presencia *in re*, es decir, que las entidades matemáticas existen, pero solamente cuando se encuentran instanciadas en algún particular. A esta posición se aproximaba John Stuart Mill, quien proponía una suerte de reduccionismo fisicalista, pues negaba el carácter abstracto de los números y consideraba que los términos matemáticos denotaban esos agregados. En cuanto a los objetos que estudia la geometría, los presentaba como casos límite



de cosas del mundo real. Mill creía, además, que las leyes matemáticas corresponden a regularidades de carácter muy general, que se observan repetidas con gran frecuencia y no muestran excepciones, de modo que nuestra creencia en su validez universal no deriva de ninguna facultad a priori sino de inferencias puramente inductivas.

## **2.5 – El Psicologismo**

Se atribuye al psicologismo la identificación de los entes matemáticos con cierto tipo de realidades concretas, a saber, “ideas que las personas tienen en sus cabezas”. Semejante caracterización resulta, sin embargo, claramente inapropiada porque, al menos en sentido literal, carece de sentido decir que las ideas radican en las cabezas de las personas. Las ideas no se ubican físicamente en ningún lado. Pero, si la expresión se toma en un sentido figurado y se interpreta como una manera de decir que las entidades matemáticas son contenidos mentales, parece incurrir en una confusión entre la existencia de fenómenos cerebrales, la existencia de entidades o fenómenos mentales – sean pensamientos, vivencias o lo que fueren – y la existencia de los contenidos de los pensamientos, como veremos más adelante. A menudo se le atribuye a Husserl haber defendido una interpretación psicologista de la matemática que mereció demoledoras críticas por parte de Frege; pero el mismo Husserl tomó distancia de esa posición. La identificación de los números con ideas no parece tener actualmente defensores.

## **2.6 – El Intuicionismo**

A veces se caracteriza como una forma de psicologismo una importante corriente heterodoxa, el intuicionismo matemático. Su más célebre representante fue Luitzen Brouwer, quien, bajo la influencia de la filosofía de Kant, describió los números naturales como el producto de una operación de construcción llevada a cabo por la mente gracias a la intuición a priori del tiempo. Pero igualar el intuicionismo con el psicologismo no parece correcto, porque el agente que lleva a cabo la construcción de las entidades matemáticas no se identifica con la psique que constituye el objeto de estudio de la psicología empírica sino con una especie de mente creadora ideal, a la manera del sujeto trascendental que Kant diferenciaba del yo empírico. Brouwer admitía la existencia de entidades matemáticas siempre y cuando fueran construidas de manera adecuada. Los únicos objetos matemáticos cuya existencia el intuicionista reconoce son aquellos que pueden generarse en una serie finita de pasos, como sucede con cada uno de los números naturales a partir de la unidad. Como consecuencia de esos

supuestos, el contenido de la matemática intuicionista difiere de la matemática estándar, porque algunos recursos de esta última, por ejemplo, las demostraciones por el absurdo quedan excluidos. De todos modos, el reconocimiento de la existencia de las entidades que resultan de la operación de la intuición – cada uno de los números naturales – y el rechazo de las que no pueden construirse con procedimientos finitísticos – por caso, el conjunto formado por todos los números naturales – implica que el intuicionismo se enrola, a su manera, en las filas del realismo. Además, se trata de objetos que no se encuentran en el mundo físico, por cuyo motivo cumplen con algunas de las condiciones definitorias de las entidades platónicas. Sin embargo, el hecho de que lleguen a existir gracias a la actividad de cierto agente, así como la consecuencia de que tendrían un comienzo en el tiempo, introducen circunstancias claramente incompatibles con el platonismo estricto. Cabe preguntarse, entonces, si esas ideas resultan consistentes. Pero pospondremos mayores consideraciones sobre el tema porque volveremos a ocuparnos del asunto a propósito de la concepción de Popper, que retomó varias décadas después las propuestas de Brouwer.

## **2.7 – El Platonismo anómalo de Karl Popper**

La concepción de Brouwer, como ya adelantamos, influyó notablemente en el pensamiento de tardío de Karl Popper. El filósofo austríaco se hizo ampliamente conocido por su concepción de la metodología de las ciencias fácticas, pero creo que se ha prestado bastante menos atención a las ideas que presentó en la década de los 60 acerca de las matemáticas. La epistemología general parte de la suposición de que, en el caso ideal, un sujeto  $S$  conoce que  $P$  siempre y cuando  $P$  sea una proposición verdadera,  $S$  cree que  $P$  y  $S$  está justificado para abrigar esa creencia. Hasta hoy, muchas de las discusiones referidas al conocimiento giran en torno a la cuestión de la justificación de la creencia y mantienen invariable la mención a algún sujeto cognoscente. Pero, en su afán de combatir el subjetivismo que atribuye a otros empiristas, Popper propone una teoría del conocimiento objetivo que se localiza en una suerte de reino platónico, al que denomina mundo 3, y así prescinde de toda referencia a un sujeto cognoscente.

De acuerdo con Popper, todas las cosas que existen se distribuyen en los tres mundos que componen la realidad, a saber:

- El mundo 1, que alberga todos lo que sea un objeto o un estado físicos
- El mundo 2, que corresponde a los estados de conciencia, los estados mentales, o “quizás, las disposiciones comportamentales a actuar”.

- El mundo 3, al que pertenecen lo que denomina contenidos *objetivos* del pensamiento, ya sean proposiciones, teorías científicas, obras de arte, melodías, etcétera.

Los elementos que pueblan el mundo 3 son contenidos del pensamiento que trascienden las experiencias subjetivas porque pueden ser proyectados en forma de discursos, escritos, libros, pinturas, esculturas, partituras musicales o cualquier otro medio intersubjetivo de expresión. Estas posibilidades permiten que los contenidos puedan seguir existiendo más allá de la ocasión en la que han surgido, de manera que pueden ser conservados en algún medio de registro, evocados o rescatados posteriormente. El principal argumento para sostener que los componentes del mundo 3 efectivamente existen se funda en su eficacia causal. En oposición a la objeción que más tarde formularía Benacerraff, Popper sostiene que, así como las creencias subjetivas obviamente influyen en la realización de acciones capaces de modificar el mundo físico, las ideas objetivas que componen el mundo 3 sin duda ejercen influencia en las creencias subjetivas, y a través de ellas en las modificaciones que realizamos en el mundo material. Reconoce que las entidades del mundo 3 guardan fuertes semejanzas con las Formas platónicas no solamente porque no son ni objetos físicos ni estados mentales sino, sobre todo, porque exhiben cierta independencia con respecto a la mente. Pero subraya también las diferencias que lo separan del platonismo ortodoxo, pues los componentes del mundo 3 no son absolutamente autosuficientes, dependen en cierta manera de las mentes que las han producido; y en este aspecto exhibe explícitamente la influencia de Brouwer. Le atribuye al creador del intuicionismo el señalamiento de que algunas de las cosas que se encuentran en el mundo 3 – en su caso particular, los números naturales – han sido producidas por el hombre, pero al mismo tiempo le reprocha no haber advertido que ese origen no anula el hecho de que a partir de allí esas entidades acceden a una existencia independiente. No entraré en la cuestión de si efectivamente Brouwer afirmaba o negaba esa independencia, pero me detendré inmediatamente en la concepción popperiana.

La peculiaridad de la versión popperiana del platonismo consiste en una combinación, una suerte de compromiso entre la inmanencia y la trascendencia, que se basa en la interrelación entre tres clases de cosas: los fenómenos mentales, es decir, lo que Popper llama “estados mentales”, los contenidos objetivos del pensamiento y el mundo material. Los actos de concebir ciertas ideas, las correspondientes a los números naturales, por ejemplo, parecen presentar dos facetas. Son, por un lado, lo que acabo de llamar “fenómenos mentales”, algo así como vivencias que pertenecen al mundo 2, acontecimientos propios del fluir de una mente

individual, donde la mente no es el cerebro ni nada semejante sino – si se me permite el anacronismo – una realidad del estilo de la sustancia pensante o la combinación de una serie de esas vivencias. Por otro lado, esos pensamientos albergan – a la manera de los objetos intensionales de los que hablan los fenomenólogos – contenidos objetivos que pertenecen al mundo 3 y como tales pueden objetivarse y ser compartidos con otras personas. La transmisión intersubjetiva se vehiculiza por medio de corporizaciones, elementos físicos que corresponden al mundo 1: discursos, libros, partituras, filmes, óleos, estatuas. De ese modo, distintas copias del mismo texto o aun versiones expresadas en lenguajes diferentes pueden comunicar *el mismo* contenido objetivo (recuérdese al respecto lo que hemos dicho acerca de las palabras u oraciones modelo y sus instanciaciones). Destacar que se trata del mismo contenido instanciado en distintas manifestaciones es importante porque no solo evita confundir dicho contenido objetivo con los elementos físicos particulares que permiten comunicar en cada ocasión ese contenido, tales como un conjunto de sonidos cuando se habla o las manchas de tinta en un papel cuando se escribe, sino también con cualquiera de las vivencias. Esa clase de distinciones es crucial para reconocer el carácter abstracto de las entidades que Popper clasifica como propias del mundo 3 y constituye, como hemos señalado, un argumento típico de los platonistas.

La particularidad de la propuesta de Popper, la que lo aproxima a Brouwer y marca una distancia con el platonismo ortodoxo, se centra en que sin la ocurrencia de ciertos pasos creativos a cargo de las mentes humanas el mundo 3 no existiría. Si, como sugería Brouwer, los números naturales no existen desde siempre porque fueron creados por los hombres, el mundo 3 posee una dimensión temporal completamente ajena a la tradición platónica. Popper señala que la creación humana de nuevas entidades del mundo 3 puede tener lugar en distintos momentos de un proceso y que a veces pueden ser motivadas por el hallazgo de inesperadas consecuencias de las entidades introducidas previamente: “los nuevos problemas conducen a nuevas creaciones o construcciones – tales como las funciones recursivas o las secuencias de elección libre de Brouwer – y así pueden agregar nuevas entidades al mundo 3”. (Popper 1967, 119). Es notable que Popper reconozca en este aspecto dinámico del mundo 3 cierta semejanza con la concepción de Hegel acerca de la evolución del Espíritu Objetivo.

Como ya hemos dicho, la postulación de entidades abstractas ha generado rechazos desde los tiempos de Aristóteles, pero la ontología popperiana encierra algunas dificultades propias. Las entidades del mundo 3 son de dos clases diferentes:

- (a) Las que podemos llamar “entidades iniciales”, creadas por la intervención de mentes humanas, ya sea en el debut de una familia de entidades (por ejemplo, la generación de la serie de los números naturales) o en un momento posterior (por caso, las funciones recursivas);
- (b) Los infinitos componentes que son descendientes y consecuencias de la introducción de esas entidades originarias, llamémoslas “entidades derivadas”.

La condición (b) implica que el mundo 3 contiene infinitos elementos que no han sido individualmente propuestos ni pensados por nadie y jamás podrían serlo, porque se supone que solo puede haber una cantidad finita de pensamientos. Del mismo modo, el mundo 3 contendría no solamente las verdades efectivamente pensadas sino también la infinita serie de las que son lógicamente implicadas por ellas. Y, señala Popper, lo mismo acontece con el conjunto de las falsedades:

Aunque los teoremas verdaderos constituyen una importante porción [del mundo 3], las conjeturas que no se conoce si son verdaderas o falsas constituyen en mi opinión una sección todavía más importante y con cada verdad hay una falsedad (la negación de la verdad) o aun un infinito número de falsedades (POPPER, 1954, p. 1051).

Así, el mundo 3 de Popper no coincide totalmente con el mundo platónico estándar, aunque lo contiene.

Me opongo fuertemente a hacer imposible decir cosas perfectamente sensatas por medio del confinamiento del mundo 3 al mundo de las verdades *eternas* (o quizás, más precisamente, *atemporales*). Tal mundo de verdades *atemporales es parte* de mi mundo 3 pero es sólo una parte. El mundo 3, tal como lo veo, es un producto de la mente humana, y por lo tanto tiene una historia (POPPER, 1954, p. 1052, cursivas agregadas).

La incorporación en un mismo mundo de todas esas distintas clases de componentes, por caso, tanto las que tienen un comienzo temporal como las “eternas”, ha despertado objeciones. Jonathan Cohen, por ejemplo, ha señalado que el mundo 3 contiene ya en sí mismo todas las proposiciones posibles y en consecuencia, contra lo que sostiene Popper, no podría experimentar ninguna variación, ningún crecimiento, por medio de la incorporación de nuevos elementos. A fin de sortear esa inconsecuencia, Niiniluotto, sugirió que no todas las proposiciones contenidas en el mundo 3 deberían ser parte del conocimiento objetivo, pues, si se restringiera el alcance del conocimiento a las proposiciones efectivamente asertadas, el conjunto podría ser consistente y también dejar lugar para su crecimiento.

La propuesta popperiana parece presentar, en efecto, algunas incoherencias. Comencemos con los estados mentales, cuyos contenidos componen el mundo 3. Por un lado, a cada estado mental le correspondería un contenido privado, accesible solamente para el propio sujeto pensante y *exclusivo* de ese estado singular; por otro lado, un *mismo* contenido parece estar presente a la vez en cada una de las diferentes experiencias mentales privadas relacionadas y en cada una de las materializaciones que sirven para conservarlo y transmitirlo, ese sería propiamente el contenido objetivo compartible del que hablaba Popper. A Gadenne esta dualidad no le despierta ninguna inquietud:

Mientras diferentes personas tienen sus propias experiencias privadas, pueden tener los mismos contenidos de pensamiento (...) Sus estados conscientes subjetivos son numéricamente diferentes, pero el contenido de sus estados conscientes es el mismo (GADENNE, 2016, p. 13).

Pero no parece advertir que de este modo nos vemos conducidos a reconocer la realidad de entidades abstractas. Porque si *un mismo* contenido de pensamiento está presente en cada una de sus múltiples instancias, ya sean mentales, gráficas o de cualquier otro tipo, nos hallamos en la situación que planteaba un clásico argumento esgrimido en favor de la existencia de los universales entendidos como lo que tienen en común sus múltiples instanciaciones: universales *in re*. Si a ello se suma que Popper reconoce que en el mundo 3 existen elementos que de hecho no son pensados por nadie – es decir, no están instanciados – parece tratarse de universales *ante rem*, es decir, entidades abstractas, tal como querrían los platonistas tradicionales.

También cabe preguntarse si es coherente pensar que el mundo 3 contiene elementos creados por el hombre conjuntamente con otros que eventualmente se descubren, pero cuya existencia es independiente de esos hallazgos. Si el descubrimiento de los números irracionales por parte de los pitagóricos muestra que algunas partes del mundo 3 son autónomas y no dependen de la voluntad humana, ¿qué impediría pensar que las otras partes también gozan de una existencia independiente y no se los ha creado, sino que se los ha encontrado? ¿Por qué los números naturales no podrían haber existido desde siempre y haber sido descubiertos en lugar de inventados? Por otra parte, al menos en este caso particular, la distinción parece ser relativa; tal vez, si los seres humanos hubieran nacido con una mentalidad conjuntística en vez de aritmética, los conjuntos habrían sido introducidos antes que los números naturales, estos últimos serían considerados entidades derivadas y no habrían necesitado ser creadas directamente.



Aunque por momentos parece adherir plenamente a los argumentos platonistas, Popper se refiere reiteradamente a la totalidad del mundo 3 como una creación de la humanidad. Sugiere que, aun cuando las entidades derivadas gozan de cierta autonomía, heredan, a modo de virtud o pecado original, su dependencia de los seres humanos. La situación me recuerda la de los preformacionistas que atribuían a Dios haber depositado en el cuerpo de Eva – como en un juego de muñecas rusas – todas las semillas que a su debido tiempo engendrarían cada una de las generaciones venideras. Pero la metáfora no puede llevarse muy lejos, porque las entidades derivadas de las que habla Popper pueden existir, aunque nadie piense en ellas y entonces cabe sospechar que lo mismo podría ocurrir con las originarias. No veo ningún argumento sólido para sostener que las entidades originarias no podrían existir a menos que hayan sido inventadas. Además, aunque en principio pudiera admitirse que su existencia requiere un acto de creación y que las entidades derivadas de ellas no lo necesitan porque están implicadas por aquéllas, la distinción parece ser relativa. Si los seres humanos hubiesen desarrollado una mentalidad “conjuntística” antes que aritmética, los conjuntos pasarían a ser originarios y los números naturales habrían pasado a ser derivados.

Al apelar a la presunta creación humana de las entidades abstractas, Popper procuraba hacer plausible la existencia del mundo 3 para ubicar dentro de ese ámbito el conocimiento objetivo. Y para tratar de hacer más convincente la tesis de que los componentes iniciales del mundo 3 pueden ser dependientes de la creación humana y a la vez trascendentes, los compara con con casas, nidos o telas de araña, que son objetos físicos y al mismo tiempo productos de las acciones de los humanos o los animales. Pero la comparación es engañosa. Una casa o un nido existen de modo independiente debido a su materialidad; y si los seres vivos pueden construirlos, lo hacen porque ellos mismos y los insumos que necesitan son parte del mundo físico. Se trata en todos los casos de entidades que pertenecen exclusivamente al mundo 1 y para ello resulta irrelevante si surgieron directamente de la naturaleza o si intervino algún ser viviente en el proceso de redistribuir ciertos materiales preexistentes. En el dominio de las entidades abstractas, en cambio, no hay nada equivalente a esos materiales preexistentes. La existencia de tales entes, así como su origen, no puede fundarse ni explicarse sobre la base de esa comparación. Si un materialista o un realista del sentido común desconfían de la existencia auténtica de los números, no alcanzo a ver cómo la idea de que las entidades abstractas sean creaciones de los hombres los llevaría a aceptar que efectivamente existen. Creo que, por lo contrario, probablemente se inclinarían a mantener una actitud antirrealista con respecto a ellas.



## 2.8 – El Platonismo pleno

He dejado para el final de esta presentación de diversas formas de realismo matemático la introducción de una variante reciente del platonismo formulada por Mark Balaguer (1988) que denominó “platonismo pleno” (full-blooded platonism). Su distintiva tesis central afirma: **(FBP 1)** Todo objeto matemático lógicamente posible existe realmente.

Balaguer considera que esta es la única forma de platonismo sostenible porque es capaz de superar el más duro obstáculo que debe enfrentar toda doctrina platonista, la ya mencionada objeción epistemológica. Argumenta que, si el hecho de que un objeto matemático sea consistente es condición suficiente para que sea real, entonces, *pace* Benacerraff, no es necesario tener ninguna clase de contacto con esas entidades para saber que existen. Porque bastaría con establecer que las teorías matemáticas que describen esos objetos son consistentes, y esta tarea, la determinación de la consistencia de una teoría, es un análisis lógico que no implica relacionarse con los objetos de que esa teoría caracteriza. Pero Balaguer juzga, por otra parte, que el ficcionalismo – del que nos ocuparemos a continuación – también constituye una doctrina perfectamente sostenible porque permite eludir el argumento de la indispensabilidad. En consecuencia, Balaguer concluye que aun cuando ambas concepciones se oponen completamente en cuanto a la existencia de los objetos matemáticos, no podría decirse que, ora el platonismo ora el ficcionalismo, hayan mostrado superioridad sobre su rival. Sugiere, incluso, que no hay una auténtica cuestión de hecho (*fact of the matter*) acerca de la existencia o inexistencia de las entidades matemáticas y así se libera de tomar partido al respecto.

## 3 – EL FICCIONALISMO MATEMÁTICO

Como ya hemos adelantado, si bien los platonistas han formulado varios argumentos en apoyo de su posición, se han presentado varias razones que cuestionan sus tesis. La más inmediata está relacionada con los insólitos rasgos de las entidades abstractas, que contrastan con las familiares y corrientes características de los objetos físicos concretos. Por ese motivo, algunos autores han elaborado doctrinas que señalan algún correlato ontológico de los conceptos matemáticos sin apelar a tales entidades abstractas. La objeción considerada más significativa, como ya se ha consignado, es el desafío epistemológico.

Pero no solamente el platonismo sino todas las variantes del realismo matemático han encontrado un rival en una corriente de pensamiento que ha ido creciendo en los últimos tiempos, el ficcionalismo. Sus antecedentes se remontan a Berkeley y Bentham, pero el nombre que recibe esta posición está asociado a Hans Vaihinger, quien en las primeras décadas del siglo pasado defendió su convicción de que el empleo de ficciones –ciertas suposiciones reconocidamente falsas— en materia de ciencia, matemáticas, ética y otras cuestiones puede ser de gran utilidad. El ficcionalismo matemático de nuestros días se caracteriza por las siguientes tesis:

### 3.1 – Tesis Semánticas

(F 1) Los enunciados matemáticos deben ser entendidos en sentido literal (*at face value*). En este punto los ficcionalistas suscriben la tesis semántica del platonismo (P 1)

(F 2) Si un enunciado matemático implica, presupone o afirma explícitamente que ciertas entidades (números, conjuntos, estructuras) existen, dicho enunciado es falso en caso de que dichas entidades no existan. En este tópico, los ficcionalistas coinciden con la tesis semántica del platonismo (P 2).

(F 3) Los enunciados matemáticos que normalmente aceptamos son falsos. Esta declaración, que se opone completamente al platonismo y otras variantes del realismo matemático, es una conclusión que surge de las tesis semánticas previas (F1) y (F2) en conjunción con la tesis ontológica (F4), que se enuncia a continuación

### 3.2 – Tesis Ontológica

(F 4) Las entidades matemáticas no existen.

Esta premisa contradice la tesis ontológica de los realistas y especialmente la del platonismo (P4).

Esta premisa contradice la tesis ontológica de los realistas y especialmente la del platonismo (P4). Vale la pena aclarar que hay por lo menos un intento de proponer un ficcionalismo que otorga realidad a las entidades matemáticas presentando estas ficciones como artefactos abstractos y describiéndolas como “cosas no existentes” (Bueno, 2009), pero este recurso conlleva sus propias dificultades y no parece responder al espíritu general antirrealista del ficcionalismo.

### **3.3 – Tesis Epistemológica**

(F 5) Aunque los enunciados matemáticos no brindan conocimiento en sentido estricto (porque son falsos), pueden ser ficciones conceptualmente muy útiles en la práctica para la formulación y elaboración del conocimiento. Se opone a la tesis epistemológica platonista (P 5)

### **3.4 – Argumentos en favor del Ficcionalismo**

El más impresionante argumento en favor del ficcionalismo ha sido proporcionado por Hatry Field:

(AF1) Las ciencias fácticas no necesitan comprometerse con la existencia de entidades abstractas porque es perfectamente posible desarrollar el conocimiento científico del mundo físico sin apelar a los recursos que tradicionalmente han brindado las matemáticas.

Más que una argumentación positiva a favor del platonismo, el aporte de Field consiste en una seria descalificación del que muchas veces se ha presentado como el mejor argumento en pro del platonismo, la alegada indispensabilidad de las matemáticas. Como hemos señalado, Quine y Putnam razonaban que las matemáticas, y con ellas las entidades abstractas, son parte imprescindible de las ciencias. Para mostrar contrario, Field elaboró una ingeniosa reformulación de la teoría newtoniana de la gravitación que no utiliza ninguna notación numérica y sostuvo que esa estrategia nominalista se podría extender, en principio, a cualquier otra teoría científica.

Es materia de discusión si el procedimiento imaginado por Field para evitar toda mención a los números no apela a recursos cuestionables. Se ha señalado que recurre a puntos espaciotemporales que no parecen legítimos desde una perspectiva nominalista. Asimismo, se ha puesto en duda si el procedimiento creado por Field podría aplicarse a otras teorías de la física, particularmente en el caso de la mecánica cuántica.

(AF 2) Aun cuando las ciencias no pudieran prescindir de las matemáticas (en la hipótesis de que las reservas a la nominalización de la física propuesta por Field fueran justificadas, por ejemplo) ello no significa que deban comprometerse con una ontología platónica. Pues, como ha señalado Balaguer, si bien las teorías de las ciencias fácticas que incorporan componentes matemáticos serían estrictamente falsas en caso de que las entidades matemáticas no existieran, esta circunstancia no impediría que tales teorías contuvieran descripciones correctas en cuanto a los aspectos puramente empíricos de los fenómenos que estudian.

De todos modos, conforme al punto de vista ficcionalista, si bien en un sentido literal los enunciados científicos que contienen presuntas referencias a entidades matemáticas son de hecho falsos, debe reconocerse que proporcionan una ayuda muy valiosa, porque simplifican enormemente la representación de los hechos físicos. Así, por ejemplo, aunque los números reales no existan, la notación correspondiente facilita el tratamiento de muchas cuestiones relativas a los sistemas físicos, como las referidas a la temperatura. Por estas razones, los ficcionalistas no recomiendan el abandono de los recursos que brinda la matemática.

**Llegados a este punto, cabe preguntarse si los argumentos de los ficcionalistas muestran categóricamente la debilidad del platonismo matemático, pero el tema merece una sección aparte.**

## **4 – ¿PLATONISMO O FICCIONALISMO?**

### **4.1 – El Platonismo pleno y el Nominalismo**

Hasta aquí hemos visto que cada una de las dos doctrinas extremas, el platonismo y el ficcionalismo, cuentan tanto con argumentos a favor como con impugnaciones, y la discusión no parece terminar de zanjarse. Como ya hemos adelantado, Balaguer afirma que hay solamente dos doctrinas completamente sostenibles, aunque claramente enfrentadas entre sí, sobre la existencia de las entidades matemáticas. Una es el platonismo pleno y la otra es el ficcionalismo con su nominalismo asociado. Su paridad radica en el hecho de que cada una de ellas es capaz de neutralizar las objeciones más serias que ha merecido. Para llegar a este resultado, Balaguer se apoya en en dos consideraciones fundamentales:

(1) El platonismo pleno supera el desafío epistemológico de Benacerraff. Porque para postular la existencia de los objetos matemáticos no es necesario que ejerzan una relación causal sobre nuestras mentes, ya que basta con determinar la consistencia de las descripciones matemáticas de esos objetos para inferir que existen, y esta no una una cuestión empírica sino un asunto de lógica que estamos capacitados para llevar a cabo.

(2) En sentido opuesto, conforme a los mencionados argumentos de Field y Balaguer, lo que parecía ser el más atendible fundamento del platonismo, el argumento de la indispensabilidad, pierde fuerza.

En virtud de las consideraciones (1) y (2), Balaguer concluye no solamente que no hay razones que obliguen a optar entre el platonismo y el ficcionalismo sino, como hemos señalado, que no hay una verdadera cuestión fáctica (*fact of the matter*) en cuanto a si existen o no las entidades matemáticas.

#### **4. 2 – Ontología y Metafísica**

Hemos visto que al momento de optar por una ontología adecuada a las matemáticas nos encontramos con variadas alternativas. Cabe interrogarse, entonces, ¿qué significa optar por una ontología? En uno de sus célebres ensayos, Quine señaló que la pregunta cardinal de la ontología se puede expresar en dos palabras: “¿Qué hay?”, y la respuesta en una, “Todo”. Pero, más allá de la elegante manera de presentar el problema, el apreciado aporte del autor fue la formulación de su no menos famoso criterio de compromiso ontológico. Según esa propuesta, las entidades con cuya existencia un hablante se compromete son aquellas que se admiten como valores de las variables de los cuantificadores. Eso significa que cuando los físicos cuantifican sobre átomos admiten la existencia de ciertos corpúsculos invisibles, y cuando los matemáticos cuantifican sobre números admiten la existencia de entidades abstractas.

La discusión parece apuntar, entonces, hacia dos interrogantes: (a) qué modos de existencia se reconocen y (b) qué clases de entidades se está dispuesto a admitir. Con respecto a la primera, Quine se inclina por la idea de que el concepto de existencia es único y de alcance universal, precisamente el que expresa el símbolo del cuantificador existencial que se usa en las formalizaciones lógicas. Pero esa interpretación es discutible, o al menos no resulta obvio que las palabras que se emplean para indicar la existencia tengan un significado unívoco. Es cierto que utilizamos los mismos términos, “hay” o “existe”, tanto para afirmar la existencia de objetos o fenómenos físicos (“Hay automóviles”, “Hay tormentas eléctricas”), fenómenos mentales (“Hay percepciones y recuerdos”) y entidades abstractas (“Hay repúblicas”, “Hay números irracionales”). Pero no está claro que los vocablos que expresan existencia mantengan el mismo significado en todos los casos. Podría interpretarse que el sentido de tales términos es contextual y varía de acuerdo con el tipo de cosas cuya existencia se afirma. Aun en el contexto de la lógica formal es posible distinguir entre un cuantificador existencial de primer orden, cuyo dominio son individuos, y cuantificadores de órdenes superiores, por ejemplo, aquellos cuyo dominio son propiedades o relaciones de individuos, como el color, la forma o la divisibilidad.

Parecería que cuando afirmamos la existencia de colores, por ejemplo, no los concebimos como individuos, y muchos pensarían naturalmente que la existencia de los colores, en comparación con la existencia de las cosas coloreadas, representa otra forma de existir (“la distinción entre ser por sí y ser en otro”, diría un filósofo clásico) y podría corresponderle, incluso, un cuatificador existencial diferenciado. Pero, después de todo, decidir si se trata de distintos modos de ser o de un solo modo de ser, pero protagonizado por cosas de diferente tipo parece ser una cuestión más que nada verbal, así que dejemos de lado estas complicaciones y volvamos a la relación entre los compromisos ontológicos y la metafísica en el caso de los objetos matemáticos.

En línea con el criterio de compromiso ontológico, Quine argumentó en favor del relativismo en materia de ontología. Ese relativismo significa que, en principio, no hay una única ontología posible sino muchas y cada quien elige la que prefiere al fijar el alcance de sus cuantificadores. Él sentía una fuerte inclinación hacia el empirismo y hubiera sido de esperar que abrazara una ontología nominalista, pero privilegió el naturalismo, la actitud que deja en manos de la ciencia determinar en qué tipos de cosas hemos de creer. Así, adoptó la interpretación realista de las teorías científicas y suscribió una ontología que va más allá de los objetos directamente observables e incluye las entidades teóricas postuladas por las teorías científicas. Uno de los aportes de la filosofía de Quine es la concepción holística de la contrastación: la idea de que las teorías científicas sólo pueden contrastarse como un bloque, de manera que cuando una teoría resulta corroborada ello incluye las hipótesis que contienen términos teóricos, y esa circunstancia significa que nos comprometemos con sus denotados inobservables cuando aceptamos la teoría. Pero como Quine llegó a pensar que las matemáticas —y aun la lógica— estaban del mismo modo inextricablemente incorporadas en las teorías científicas, el holismo lo llevó a considerar que las entidades matemáticas estaban en un pie de igualdad con las entidades teóricas y, en consecuencia, al adoptar cualquiera de esas teorías admitimos la existencia de las entidades abstractas de las matemáticas. Y entonces, dado que su naturalismo privilegiaba el conocimiento científico por sobre cualquier argumentación filosófica, no resulta tan extraño que Quine confesara su “robusto realismo”.

Hay una difundida tendencia a identificar la ontología con la metafísica y, de acuerdo con ella, Quine debería ser considerado, efectivamente, como un abierto partidario de la metafísica platonista. Pero los argumentos de propio Quine en favor del relativismo ontológico permiten sortear esta conclusión. Carnap había propuesto distinguir, por un lado, las *cuestiones*



*de existencia internas*, relativas a una ontología postulada *dentro de un marco lingüístico* y, por otro lado, *las cuestiones externas*, relacionadas con la existencia absoluta, *independiente de cualquier marco lingüístico*, propias de la metafísica, que él no consideraba pertinentes. Conforme a esa distinción, todos nosotros compartimos una ontología del sentido común que no duda de la existencia de objetos tales como los árboles y las mesas; pero cuando consideramos los aportes de la ciencia y la filosofía se abre una discusión sobre si el mundo está compuesto por cuerpos perceptibles, por átomos u otro tipo de componentes físicos que están más allá de las apariencias (recordemos las dos mesas de Eddington), o bien por puros datos sensibles, como preferirían los fenomenalistas. Elegir entre las diversas ontologías posibles es para Carnap una cuestión externa que no puede encararse con la esperanza de arribar a la única teoría ontológica verdadera. La preferencia por una u otra ontología puede resolverse, en todo caso, atendiendo a razones prácticas. Quine polemizó con Carnap y con los empiristas lógicos en general sobre distintos temas, pero, en última instancia coincidía con ellos en reconocer que no es propio de la ciencia establecer la *verdadera* composición ontológica de la realidad, como aspiraba lograr la metafísica tradicional. Así que antes de tomar al pie de la letra la aparente adhesión de Quine a creencias metafísicas, ya sea con respecto a la existencia del mundo externo, los objetos del sentido común, las entidades teóricas o los entes matemáticos, conviene tomar en cuenta que varios autores han rechazado una interpretación metafísica de sus ideas. Verhaegh (2017), quien, sobre la base de diversas declaraciones de Quine, muestra significativas coincidencias entre Quine y Carnap, señala que Alspector-Kelly (2001) y Price (2007, 2009) fueron los primeros en sugerir que la interpretación estándar del debate entre aquellos destacados filósofos estaba descaminada.

Una de las ilustrativas declaraciones que muestran la proximidad entre Quine y los empiristas lógicos con respecto a la metafísica se refiere al clásico problema de la realidad del mundo externo:

No podemos cuestionar significativamente la realidad del mundo externo, o negar que haya evidencia de objetos externos en el testimonio de nuestros sentidos, porque hacerlo es simplemente disociar los términos "realidad" y "evidencia" de las propias aplicaciones que originalmente hicieron lo mejor para investir a esos términos con cualquier inteligibilidad que pudieran tener para nosotros (QUINE, 1951a, p. 216).

La actitud de Quine muestra, me parece, que más allá de las críticas que formuló a algunas de las ideas de los empiristas lógicos, en el fondo compartía con ellos el propósito de separar la ciencia de la metafísica especulativa. Su posición con respecto a los compromisos



ontológicos de la ciencia en general bien puede considerarse una forma de ficcionalismo, pues no dudó en comparar los objetos físicos – así como las entidades tóricas y las entidades matemáticas – con los dioses homéricos:

Yo por mi parte como físico lego que soy, creo en los objetos físicos y no creo en los dioses de Homero, y considero un error científico orientar, su creencia de otro modo. Pero en cuanto a fundamento epistemológico los objetos físicos y los dioses difieren sólo en grado, no en esencia [...] El mito de los objetos físicos es epistemológicamente superior a muchos otros mitos porque ha probado ser más eficaz que ellos como procedimiento para elaborar una estructura manejable en el flujo de la experiencia (QUINE, 1951b, p. 89).

Para aclarar el punto del alcance de los compromisos ontológicos, observemos la relación que guarda el relativismo ontológico propugnado por Carnap y Quine con la distinción que formuló Hilary Putnam (1981) entre el *realismo metafísico* y el *realismo interno*. El realismo interno, una posición inspirada en el idealismo trascendental de Kant, relativiza la existencia de las entidades al considerarla sólo dentro de la perspectiva del sujeto cognoscente, pues sostiene que “la mente y el mundo hacen conjuntamente la mente y el mundo” (Putnam, 1987: 1).

El realismo interno se define por su neto contraste con *el realismo metafísico*, el que aspira a descubrir lo que existe “desde el punto de vista del ojo de Dios”, ya que pretende llegar a saber cómo son las cosas en sí, en qué consiste la composición última y absoluta de la realidad con independencia de todo marco conceptual. De acuerdo con el realismo interno, y en consonancia con el relativismo ontológico, cabe plantearse, por supuesto, qué entidades existen y cuáles no, pero siempre en relación con un marco lingüístico o conceptual dado. En esas condiciones, y en relación con el mundo que nos rodea, podemos preguntar, por ejemplo, si existen o no las esferas cristalinas giratorias que según los antiguos astrónomos sostienen los planetas, si existen o han existido ejemplares de yetis o si existe un número primo mayor que todos los demás o si existe el conjunto universal. Y hemos de buscar las respuestas de acuerdo con los criterios que se usan en la vida cotidiana y en la actividad científica para resolver esas clases de interrogantes. Pero cuando los realistas científicos aseguran que las entidades postuladas por las teorías científicas más afianzadas –por ejemplo, los átomos— existen, parecen afirmarlo en un sentido absoluto. Asimismo, por lo común, los partidarios del platonismo suscriben con equivalente alcance metafísico la tesis de la existencia de los entes matemáticos. Y, en espejo, los ficcionalistas estrictos parecen asumir el punto de vista de Dios

para negar la existencia de esas entidades abstractas. Pero, si uno se inclina por el relativismo ontológico, es posible eludir la necesidad de optar entre ambos extremos. En esa línea de pensamiento, John Burgess ha llamado la atención sobre la conveniencia de apoyarse en el criterio ontológico y el naturalismo de Quine para tomar distancia tanto del nominalismo como del platonismo metafísicos. Propugna un antinominalismo que reconoce el compromiso ontológico del sentido común y de la ciencia con las entidades matemáticas, pero se niega a especular sobre la naturaleza de esas entidades.

La situación guarda alguna semejanza con lo que lo que ha ocurrido en el campo de la filosofía de las ciencias fácticas. Como ya hemos mencionado, frente al realismo científico dominante a lo largo de la historia de las ciencias físiconaturales, han surgido varias alternativas antirrealistas —el instrumentalismo, el positivismo lógico y el ficcionalismo— que cuestionan la existencia de las entidades teóricas. Van Fraassen, uno de los más recientes críticos del realismo científico, adopta una actitud que llama “empirismo constructivo”. El autor coincide con los propósitos de los empiristas lógicos en cuanto a la conveniencia de separar la ciencia de la metafísica. Pero, en contraste con ellos, no niega que las hipótesis que contienen términos teóricos posean significado literal. Y en contraste con los instrumentalistas, tampoco niega que esas hipótesis cuenten con valores de verdad. Pero sostiene que el objetivo de la investigación científica no es generar teorías verdaderas sino producir teorías empíricamente adecuadas, es decir, conjuntos de hipótesis cuyas consecuencias empíricas se correspondan con las observaciones. Pretender ir más allá de este propósito significa internarse innecesariamente en las oscuras aguas de la metafísica. De acuerdo con van Fraassen, los científicos pueden utilizar una teoría vigente, en la medida en que hasta el momento resulte empíricamente adecuada, sin necesidad de comprometerse con la verdad de las proposiciones teóricas. El empirismo constructivo, entonces, se opone al argumento de la indispensabilidad de las postulaciones teóricas.

No podemos extender automáticamente las ideas de van Fraassen al campo de las matemáticas, dadas las peculiaridades ontológicas, epistemológicas y metodológicas de estas últimas, pero podemos ver hasta qué punto podrían adaptarse. La noción de verdad matemática y sobre todo la manera de evaluar los enunciados matemáticos no coinciden exactamente con sus correspondientes en el conocimiento fáctico. Las proposiciones de las matemáticas puras no parecen poder someterse a contrastaciones empíricas. El modo de demostrar la verdad “ $7 + 5 = 12$ ”, por ejemplo, no es formar agregados físicos de siete unidades y cinco unidades. Más

aun, si esa operación física fallara en algunos casos (como sucede con una solución de siete volúmenes de agua y cinco de etanol), se buscaría la explicación en la física o la química, pero jamás se diría que la matemática ha quedado refutada. La refutación de un enunciado de las matemáticas puras sólo puede producirse cuando se encuentra un contraejemplo dentro de la matemática pura o se elabora una demostración que lo asegura. Así también, una demostración de existencia –por ejemplo, que existen infinitos números primos— es estrictamente deductiva. Esta situación, aunque no la prueba categóricamente, hace muy plausible la tesis central del platonismo pleno sobre la existencia de los objetos matemáticos.

Hay otras virtudes que también contribuyen a la viabilidad del platonismo. Ya hemos mencionado que los matemáticos, aun cuando puedan abrigar conjeturas, descubren verdades preexistentes y a veces sorprendentes, no las crean. En ese sentido, los objetos matemáticos ejercen una resistencia frente a nuestras invenciones mentales, creencias y deseos comparable con la que se manifiesta en el mundo físico. Por otra parte, postular la existencia de entidades abstractas –los contenidos objetivos del pensamiento, a los que ya nos hemos referido— y entre ellos los objetos matemáticos, constituye un modo bastante natural de dar cuenta de las sofisticadas posibilidades de comunicación de los seres humanos. Obsérvese que aun las propias discusiones acerca de teorías de las ciencias fácticas, de las matemáticas o de la filosofía (incluido el presente trabajo) presuponen que esas teorías existen y se trata de entidades abstractas. Van Fraassen, por ejemplo, se inclina por la concepción semántica de las teorías, que las identifica con estructuras o modelos matemáticos, lo que equivale *prima facie* a reivindicar las entidades abstractas en el nivel metacientífico. Pero, de todas maneras, esa clase de postulaciones no necesariamente significa ni pretende comprometerse con la idea de que las entidades matemáticas forman parte de la composición absoluta de la realidad.

## CONCLUSIÓN

A lo largo de este artículo he tratado de mostrar que las discusiones en torno a la existencia y la naturaleza de las entidades matemáticas encuentran su punto crítico en el problema de la existencia de entidades abstractas. A partir de contribuciones de Carnap, Quine y Putnam he subrayado el contraste entre una pluralidad de ontologías entendidas como conjuntos de supuestos que se adoptan en función de la elección de méritos cognoscitivos y pragmáticos, por una parte, y por la otra parte, la ontología emprendida como metafísica

especulativa tradicional que busca determinar de manera absoluta e irreversible cómo está compuesta la realidad. De acuerdo con esa perspectiva relativista, la discusión entre realistas y antirrealistas matemáticos –o entre platonistas y nominalistas, si se quiere– no pierde completamente su significado, pero adquiere una dimensión diferente. Por supuesto, desde el punto de vista de una ontología relativa determinada, algunas entidades serán consideradas reales y otras descartadas, pero no de forma arbitraria sino en atención a las evidencias y consideraciones racionales correspondientes.

Aun dentro de ese marco relativista, y dado que un platonista y un nominalista pueden compartir supuestos que hagan viable el diálogo entre ellos, aunque rivalicen en cuanto a ciertas categorías ontológicas, es posible sopesar los argumentos que apoyan las respectivas concepciones. En ese contexto, después de analizar y comparar las virtudes que se han expuesto en defensa de cada una de aquellas doctrinas, concuerdo parcialmente con Balaguer en la apreciación de que la situación no muestra ventajas contundentes y definitivas para ninguna de ellas. Sin embargo, creo que dentro de ese plano compartido subsiste un *fact of the matter* y tengo la impresión de que, hasta el momento, los platonistas se ven algo favorecidos, aunque más no sea, por dos circunstancias.

La primera radica en el hecho de que no contamos con una manera de evitar las referencias a por lo menos algunas clases de entidades abstractas. Como hemos visto, la comunicación humana, el lenguaje, implica la existencia de lo que hemos llamado signos modelo y – por las razones que se han mencionado – esas entidades no pueden ser identificadas con fenómenos mentales o con objetos físicos. Si bien su caracterización del mundo <sup>3</sup> no es del todo coherente, Popper estaba en lo correcto al postular la existencia de contenidos objetivos del pensamiento como cosas que no pertenecen ni al universo material ni a las mentes de los seres humanos. Y es obvio que tenemos acceso a ellos. Aunque se los presente como disposiciones para actuar, y aun cuando se pudiera avanzar un poco en el intento de describir el uso del lenguaje en términos puramente conductistas conforme a lo imaginado alguna vez por Quine, me parece imposible ignorar la presencia de esos contenidos abstractos. Sería tanto o más difícil que consumir el sueño carnapiano de la construcción lógica del mundo a partir de los datos sensibles o completar todos los eslabones que llevan desde el estímulo a la ciencia, para decirlo con las gráficas palabras de Quine. Así que, del mismo modo como en el ámbito del derecho debió reconocerse la existencia de invisibles personas jurídicas a la par que las personas físicas, parece no sólo perfectamente razonable sino intelectualmente honesto no

negar que, explícita o implícitamente, debemos creer en la existencia de entes abstractos. Pero una vez que hemos asumido esa actitud, una vez concedido un espacio para esa clase de entidades, es fácil advertir que los objetos matemáticos están entre los más calificados para ocuparlo.

Otra circunstancia que contribuye a la causa platonista es la resistencia que ejercen los objetos matemáticos y pone de manifiesto su independencia: hemos hallado, por ejemplo, que existen cinco poliedros regulares, pero también hemos establecido que no podremos descubrir ni crear ninguno más, y ambas son condiciones objetivas.

Además, y pese a algunos pocos episodios excepcionales, la matemática, en comparación con las teorías de las ciencias fácticas, ha concitado universal consenso y ha mostrado mucho más solidez y estabilidad que cualquier otra pretensión de conocimiento. No en vano ha sido considerada siempre, y en último análisis, como el más destacado modelo de verdades innegables, antes que un conjunto de falsedades afortunadamente útiles.

## REFERENCIAS

ALSPECTOR-KELLY, M. On Quine on Carnap on ontology. *Philosophical Studies*, 102 (1), 2001, pp. 93-122.

BENACERRAF, Paul. Mathematical Truth. *The Journal of Philosophy* 70 (8), 1973, pp. 661-80.

BUENO, O. Mathematical Fictionalism in BUENO, O. and LINNEBO, Ø., eds., *New Waves in Philosophy of Mathematics* (Hampshire: Palgrave MacMillan), 2009, pp. 59-79.

BURGESS, J. "Why I am Not a Nominalist," *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 24, 1983, pp. 93-105.

CARNAP, R. "Empiricism, Semantics, and Ontology", *Revue Internationale de Philosophie*, 4, 1950, pp. 20-40; reprinted in Carnap 1956, pp. 205-21.

COHEN, L.J. Third World Epistemology. In: CURRIE, G., MUSGRAVE, A. (eds) *Popper and the Human Sciences. Nijhoff International Philosophy Series*, 1985, vol 19. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-009-5093-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-94-009-5093-1_1).

FIELD, H. *Science Without Numbers*, Princeton, NJ: Princeton University Press, 1980.

GADENNE, V. Is Popper's Third World Autonomous? *Philosophy of the Social Sciences*, 46(3), 2016, pp. 288-303. <https://doi.org/10.1177/0048393116639228>.

MADDY, Penelope. *Realism in Mathematics*, Oxford: Clarendon, 1990.

NIINILUOTO, I. World 3: a critical defence. In *Karl Popper: a centenary assessment*, 2006 (pp. 59-69). Ashgate.

POPPER, K. *Objective Knowledge*. Oxford: Clarendon Press, 1972.

\_\_\_\_\_. Replies to My Critics. In: SCHILPP, Paul Arthur (ed.), *The Philosophy of Karl Popper*, 2 volumes, La Salle, IL: Open Court Press, 1974.

PRICE, H. Quining naturalism. *The Journal of Philosophy*, 104(8), 2007, pp. 375–402.

\_\_\_\_\_. Metaphysics after Carnap: The ghost who walks? In D. Chalmers, D. Manley, & R. Wasserman (Eds.), *Metametaphysics: New essays on the foundations of ontology* Oxford: Oxford University Press, 2009, pp. 320–346.

QUINE, W.V.O. Existence and Quantification. In: *Ontological Relativity and Other Essays*, New York: Columbia University Press, 1969, pp. 91–113.

\_\_\_\_\_. (1948). "On What There Is," reprinted in Quine (1961), pp. 1–19.

\_\_\_\_\_. (1951a). The scope and language of science. In W. V. Quine. *The ways of paradox and other essays*. Random House, New York, 1966, pp. 228-245.

\_\_\_\_\_. (1951b). Two Dogmas of Empiricism. Reprinted in Quine (1961), pp. 20–46.

\_\_\_\_\_. *From a Logical Point of View*, 2<sup>o</sup> ed., New York: Harper and Row, 1961.

\_\_\_\_\_. *Desde un punto de vista lógico*, Ariel: Barcelona, 1962.

VAN FRAASSEN, B. C. (1980). *The Scientific Image*. Oxford: Clarendon Press. (v.e. *La imagen científica*. México: Paidós; UNAM, 1996.

VERHAEGH, S. Blurring Boundaries: Carnap, Quine, and the Internal–External Distinction. *Erkenntnis* 82, 2017, pp. 873–890. <https://doi.org/10.1007/s10670-016-9848>.

---

## I – INFORMAÇÕES SOBRE O AUTOR

**Rodolfo Gaeta**

Profesor de Filosofía F F y L, Universidad de Buenos Aires. Magister en Filosofía, SADAF. Doctor en Filosofía, UNLP Ex-Profesor Titular Regular: - Filosofía de las Ciencias, F F y L, UBA; - Historia de la Ciencia F F y L, UBA; - Filosofía de la Ciencia, Facultad de Humanidades, UNLP; - Filosofía del Lenguaje, Facultad de Humanidades, UNLP; - Epistemología, Departamentos de Ciencias Sociales y Departamento de Ciencias Básicas, Universidad de Luján. Cargos actuales: - Profesor Titular Consulto, F F y L, UBA; - Profesor Emérito Universidad Nacional de Luján; - Investigador Categoría I, Sistema Nacional de Investigaciones. Autor o coautor de varios libros y numerosos artículos sobre filosofía de las ciencias naturales y sociales. Temáticas abordadas: La teoría semántica de Kripke; La explicación científica; La filosofía de Thomas Kuhn; La filosofía del empirismo lógico; La filosofía de las ciencias sociales; Realismo y antirrealismo científicos; La filosofía de las matemáticas. Correo electrónico: [rodygaeta@gmail.com](mailto:rodygaeta@gmail.com)

**II – INFORMAÇÕES SOBRE O ARTIGO**

*Recebido em:* 02 de dezembro de 2023

*Aprovado em:* 18 de dezembro de 2023

*Publicado em:* 24 de dezembro de 2023